



UNIVERSIDAD LA SALLE

FACULTAD DE NEGOCIOS

Con Reconocimiento de Validez Oficial de Estudios de la Secretaría de Educación
Pública según acuerdo No 954315, de fecha 30 de octubre de 1995

ELABORACIÓN DE UN ESTUDIO DE CASO

**“Modelo estocástico para proyectos de inversión, a partir de
su evaluación económica determinística”**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA ECONÓMICA Y FINANCIERA**

**PRESENTA:
Roberto Bedolla Piñeyro**

Asesor: Mtro. José Domingo Martínez Puon



Ciudad de México, a 14 de junio de 2024

MTRO. GABRIEL NUÑEZ GONZÁLEZ
DIRECTOR DE GESTIÓN ESCOLAR
UNIVERSIDAD LA SALLE
PRESENTE

Le informo que el (la) C.

ROBERTO BEDOLLA PIÑEYRO

Pasante de la Escuela o Facultad: FACULTAD DE NEGOCIOS

de la **UNIVERSIDAD LA SALLE**, de la Maestría en:

INGENIERÍA ECONÓMICA Y FINANCIERA

Con reconocimiento de validez oficial de estudios de la Secretaría de Educación Pública según acuerdo número 954315 de fecha 30 de octubre de 1995

Ha elaborado el trabajo de Estudio de caso titulado: "MODELO ESTOCÁSTICO PARA PROYECTOS DE INVERSIÓN, A PARTIR DE SU EVALUACIÓN ECONÓMICA DETERMINÍSTICA".

De conformidad con la modalidad para la obtención de grado aprobada para esta Maestría de acuerdo a lo establecido en el Reglamento General de las Universidades La Salle Integrantes del Sistema Educativo de las Universidades la Salle.

Cumplió con todos los requisitos y el trabajo que fue elaborado bajo la conducción del Mtro. José Domingo Martínez Puon que fungió como asesor, tiene la calidad suficiente para ser la base de sustentación de su Examen de Grado por lo que se le autoriza presentarlo.


Mtro. Marcel Israel Lehman Elizondo
Director Facultad de Negocios

Agradecimientos.

A Dios:

Por permitir que este Universo exista.

A mis padres y ancestros:

Por traerme a este mundo, cuidarme, proveerme y formarme.

A Federico, mi hijo:

Por mostrarme el milagro de la vida.

A mis hermanos y amigos:

Por estar siempre conmigo.

A todos mis maestros:

Por enseñarme a aprender.

Índice

Introducción.....	8
Pregunta de investigación.....	12
Objetivos.....	12
Objetivo general.....	12
Objetivos específicos.....	12
Capítulo 1: Antecedentes y justificación de las evaluaciones económicas en Pemex....	14
Antecedentes y mandatos de Ley.....	14
Precios reales (constantes) y tasa de descuento.....	14
Elección del modelo de una refinería.....	17
Capítulo 2: Marco teórico.....	20
Valuación por flujos de caja libre descontados.....	20
Modelo estocástico.....	22
Modelos de predicción.....	22
Parámetros de calidad en los modelos de predicción.....	23
Modelo de Promedio Móvil Ponderado Exponencial (PMPE).....	24
Modelo de Holt.....	29
Modelo de Holt-Winters aditivo.....	31

Modelo de Holt-Winters multiplicativo.....	34
Modelo Autorregresivo AR(p).....	37
Modelo de Medias Móviles MA(q).....	43
Modelo ARMA(p,q).....	47
Modelo ARIMA (p,d,q).....	52
Modelo Browniano.....	58
Teoría de Simulación Montecarlo, modelo, elementos y características.....	60
Capítulo 3: Metodología de predicción, simulación e interpretación.....	62
Ajuste de precios a series de tiempo.....	62
Selección del modelo de predicción.....	62
Simulación.....	65
Variables estocásticas, comportamiento, aproximación a series de tiempo y distribución de probabilidad.....	65
Curva de probabilidad.....	67
Interpretación económica.....	68
Capítulo 4: Construcción del modelo determinístico, premisas volumétricas, económicas y precios.....	70
Construcción y premisas volumétricas.....	70
Premisas económicas, caso base.....	73

Premisas económicas, caso base+proyecto.....	74
Precios.....	74
Capítulo 5: Escenario determinístico.....	77
Construcción del escenario de precios prospectivos deterministas.....	77
Caso base.....	79
Caso con proyecto.....	81
Análisis de resultados.....	83
Capítulo 6: Escenario estocástico modelado con series de tiempo.....	84
Verificación de aleatoriedad de las variables.....	84
Construcción del escenario estocástico de precios prospectivos con series de tiempo.....	85
Caso base.....	88
Caso con proyecto.....	90
Análisis de resultados.....	92
Capítulo 7: Escenario estocástico modelado con series de tiempo transformadas.....	95
Transformación de los datos.....	95
Verificación de aleatoriedad de las variables transformadas.....	96
Construcción del escenario estocástico de precios prospectivos con series de tiempo transformadas.....	97

Reconstrucción de series de precios.....	98
Caso base.....	100
Caso con proyecto.....	102
Análisis de resultados.....	104
Conclusiones.....	107
Respuesta a la Pregunta de Investigación.....	110
Glosario.....	113
Referencias.....	117
Anexos (A al E).....	118

Introducción.

El Tiempo del Fin.

La profecía sellada.

Yo, Daniel, miré y vi a otros dos que estaban de pie a una y otra parte del río. Uno de ellos dijo al hombre vestido de lino que estaba sobre las aguas del río: ‘¿Cuándo será el cumplimiento de estas maravillas?’ Y oí al hombre vestido de lino, que estaba sobre las aguas del río, jurar, levantando la mano derecha y la izquierda, por Aquel que vive eternamente: ‘Un tiempo, tiempos y medio tiempo, y todas estas cosas se cumplirán cuando termine el quebrantamiento de la fuerza del Pueblo santo.’ Yo oí, pero no comprendí. Luego dije, ‘Señor mío, ¿Cuál será la última de estas cosas?’..., (Biblia de Jerusalén, Daniel 12, 5-8).

A lo largo de la historia, una fascinación innata del ser humano ha sido la predicción del futuro. Desde los oráculos griegos, pasando por los profetas bíblicos, Nostradamus y otros, llegando a tiempos actuales en los que existen los intérpretes de cartas, caracoles, café y demás.

¿Por qué la humanidad se ha fascinado con estas prácticas?

La información representa poder y, por ende, dinero. Por ejemplo, al saber qué equipo ganará algún partido, puedo, por supuesto, apostar por él. Uno de los ejemplos más sonados en tiempos modernos es el del equipo de béisbol Medias Blancas de Chicago, en la Serie Mundial de 1919. Ocho de sus jugadores se vendieron a la mafia para perder la serie, siendo ellos los favoritos contra los Rojos de Cincinnati, conociéndose el evento como “Escándalo de los Medias Negras”, con sorna en la referencia al nombre del equipo. Cabe mencionar que

los involucrados fueron expulsados de por vida, pero los apostadores se hicieron de mucho dinero.

Cuando se realiza una evaluación económica, se tiene relativo control sobre las variables involucradas, tales como la inversión, el avance de obra, volúmenes de producción, estrategias, mercadotecnia, etc., ya que son potestad de los promotores de los negocios, sin embargo, existe un conjunto de variables de suma importancia del cual no se tiene control alguno (suponiendo libre competencia y apertura del mercado) y este conjunto es el de precios. Por esta razón, la predicción que nos lleva a una incertidumbre mayor es la de los precios prospectivos.

Al realizar la evaluación de un negocio se proyectan las variables hacia el futuro para determinar los flujos correspondientes. Derivado de la premisa de que se tiene control (cuando menos de manera suficientemente significativa), de las variables que intervienen, excepto los precios, la principal problemática de la evaluación prospectiva recae en la predicción correcta del escenario de precios.

Existen diversas compañías que se dedican a proyectar precios, algunos ejemplos son S&P Global o Wood Mackenzie, las cuales realizan estudios profundos y desarrollan análisis técnico y fundamental para predecir los valores futuros de los precios. Aun contratando los servicios de estas empresas expertas en el tema, lo más cercano a los datos futuros que se obtendrá será un escenario, usualmente se manejan tres, escenarios bajos (deprimidos), medios (que se consideran más probable) y altos.

Para realizar evaluaciones económicas se desarrollan modelos en hoja de cálculo que reflejan las condiciones operativas de los negocios, con este fin se plasman en ellos las variables tales

como volúmenes de producción o ventas, precios, costos variables, costos fijos, impuestos, depreciación, etc. Cuando el modelo se encuentra terminado, arroja resultados como valor presente neto (VPN), tasa interna de retorno (TIR) o retorno sobre capital invertido (ROIC).

Cabe mencionar que los modelos en cuestión se basan en la metodología de valuación por medio de flujos de efectivo descontados, que considera el valor de un activo como el valor presente de los flujos de efectivo que se espera sean generados por el mismo activo. En caso de un proyecto nuevo, este valor presente será el indicador de generación de valor, sin embargo, si el proyecto se encuentra en operación y la evaluación a realizar es sobre una ampliación o transformación de la operación, tal como es el caso de la consideración de este trabajo, se busca saber si la contribución marginal generará valor. En este último caso, el modelo sin proyecto se considerará el caso base y el modelo modificado considerando la ampliación o transformación será el caso con proyecto.

Tradicionalmente, se utiliza como elemento de decisión el VPN o el diferencial de VPN (VPN del modelo con proyecto – VPN del modelo sin proyecto, en caso de un proyecto en marcha) para determinar si una inversión genera valor (VPN positivo) y, por lo tanto, es susceptible de llevarse a cabo, sin embargo, esta variable no arroja más información, por ello ha existido la pregunta recurrente de ¿cómo determinar la probabilidad de que el proyecto evaluado efectivamente genere valor?

En Petróleos Mexicanos (Pemex) se utiliza la metodología de evaluación antes descrita para tener una base firme de decisión de inversión. En este contexto, la Dirección Corporativa de Finanzas (DCF) reconoce la utilidad del método, pero también se sabe que las variables de los proyectos son volátiles y que esta circunstancia lleva a diferencias en los resultados de generación de valor calculada contra observada.

La necesidad de cuantificar esa volatilidad para incorporarla en la toma de decisiones es la base del presente trabajo.

Pregunta de investigación.

¿Es factible definir una metodología estándar para obtener modelos estocásticos a partir de los modelos de valuación determinísticos de Petróleos Mexicanos y, con base en ellos, obtener la probabilidad de éxito de las inversiones?

Objetivos.

Objetivo General.

Determinar la forma de valorar un proyecto de inversión de manera probabilística, a partir de un modelo de valuación determinístico, utilizando software estadístico, de análisis de riesgo y simulación Montecarlo.

Objetivos Específicos.

Objetivo específico 1.

Desarrollar un modelo de valuación determinístico teórico típico de la industria petrolera basado en la metodología de valuación por medio de flujos de efectivo descontados, en este caso se propone una refinería con tecnología de coquización con capacidad de 240 mil barriles diarios de proceso y dieta de crudo ligero y pesado al 50%.

Objetivo específico 2.

Valuar un proyecto de inversión a 20 años con el modelo determinístico desarrollado en el Objetivo específico 1, comparando los casos base y con proyecto, siendo el proyecto propuesto una inversión para ampliar la capacidad de coquización y así reducir la producción de combustóleo a cambio de producción de petrolíferos de alto valor y coque (carbón de petróleo).

Objetivo específico 3.

Analizar las series de precios determinísticos, siendo éstas las series de precios anuales proyectadas para los principales insumos y productos para los años futuros, definidas usualmente por las compañías expertas tales como S&P o Wood Mackenzie, pero para esta investigación, por razones de confidencialidad de las compañías proveedoras de precios, supuestas con base en los precios anteriores (Capítulo: 4, Apartado: Precios) y, por medio de pruebas estadísticas, definir si se pueden ajustar a series de tiempo, siendo éstas las series de precios anuales proyectadas y calculadas con base en la teoría de las series de tiempo que supone la posible determinación de los datos futuros con base en la historia de la propia serie por medio de la definición de factores como la tendencia secular, variación cíclica, variación estacional, etc.

Objetivo específico 4.

En caso de que el análisis del Objetivo específico 3 resulte en posibles series de tiempo, obtener el modelo de serie de tiempo para cada uno de los precios y realizar con ellos ejercicios de simulación Montecarlo.

Objetivo específico 5.

Analizar los resultados de las simulaciones y determinar si las series de tiempo cumplen con los parámetros básicos de mercado, de no ser así, realizar las transformaciones necesarias para volver a calcular series de tiempo y valorar por medio de simulación.

Objetivo específico 6.

Comparar resultados y determinar la factibilidad del método.

Capítulo 1. Antecedentes y justificación de las evaluaciones económicas en Pemex.

Antecedentes y mandatos de Ley.

Pemex se define como “...empresa productiva del Estado, de propiedad exclusiva del Gobierno Federal, con personalidad jurídica y patrimonio propios, que goza de autonomía técnica, operativa y de gestión, conforme a lo dispuesto en la Ley.” (Estatuto Orgánico de Petróleos Mexicanos, Título Primero, Artículo 2. Aprobado por el Consejo de Administración de Petróleos Mexicanos, con fundamento en el Artículo 13, Fracción XVI de la Ley de Petróleos Mexicanos, en sesión 944 extraordinaria celebrada el día 24 de junio de 2019, mediante acuerdo número CA-062/2019. Publicado en el Diario Oficial de la Federación el 28 de junio de 2019, última modificación 01 de agosto de 2023).

La Ley de Petróleos Mexicanos determina lo siguiente: “Los proyectos en que se ejerza el gasto de inversión deberán incrementar el valor patrimonial de la empresa” (Ley de Petróleos Mexicanos, Artículo 102, Fracción II, Inciso b, publicada en el Diario Oficial de la Federación el 11 de agosto de 2014), por ello Pemex ha desarrollado mecanismos para evaluar los proyectos con base en modelos de valuación por flujos descontados, y con ello se da cumplimiento al mandato de Ley.

Precios reales (constantes) y tasa de descuento.

Desde años atrás Pemex evalúa los proyectos de inversión a precios reales (sin considerar inflación) y en dólares norteamericanos, esta característica debería concluir con una tasa de descuento de 0% para los flujos futuros, sin embargo, se exige que los proyectos reporten un

retorno real y por ello las evaluaciones deben considerar una tasa de descuento definida superior a 0%. La tasa fue fijada en 10% por el Gobierno Federal y dada a conocer por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público vía Oficio Circular No. 400.1.410.14.009 de fecha 13 de enero de 2014, la misma tasa fue corroborada el 25 de julio de 2022 en el Oficio Circular No. 400.1.410.22.234, documento disponible en:

<https://www.gob.mx/shcp/documentos/tasa-social-de-descuento-tsd>

Luego de comparar las tasas de costo de capital promedio ponderado (WACC por sus siglas en inglés) de sectores industriales similares, se consideró modificar la tasa de descuento del 10% antes mencionada y para ello se propuso al Consejo de Administración de Pemex realizar un estudio para definir tasas WACC por sector de la industria petrolera mexicana, ya que no se le puede exigir el mismo retorno a proyectos de exploración y producción, que a proyectos industriales o logísticos. El procedimiento vigente determina que una vez definidas las tasas por sector, pasan a consideración del Consejo de Administración y, en caso de ser aprobadas, se oficializan las nuevas tasas. De este modo, Pemex ha logrado establecer el mecanismo para determinar las tasas competitivas con los sectores en los que opera.

Para este trabajo se utilizará la tasa WACC de 10.23%, ya que es un valor obtenido de una muestra de 10 compañías internacionales de refinación (7.63%) más un sobreprecio por riesgo de mercado, obtenido del diferencial promedio 2020 – 2022 de los bonos de largo plazo en México y los bonos de largo plazo en Estados Unidos (GTV30 Govt – GTUSDMX30Y = 2.60%), Tablas 1 y 2, respectivamente. Cabe mencionar que esta es una simplificación del método de cálculo utilizado en Pemex, el cual no es público, pero arroja resultados similares.

Tabla 1: Costo de Capital, empresas comparables de refinación (%)¹

Compañía	Equity	Debt	WACC
VALERO ENERGY CORP	10.42	2.50	8.01
HF SINCLAIR CORP	9.39	2.45	7.05
PHILLIPS 66	9.42	2.44	7.42
MARATHON PETROLEUM CORP	11.17	2.51	7.25
CVR ENERGY INC	9.17	2.84	6.78
DELEK US HOLDINGS INC	9.61	2.94	5.94
PBF ENERGY INC-CLASS A	11.41	2.60	5.83
POLSKI KONCERN NAFTOWY O.	15.91	3.08	11.95
S-OIL CORP ²	11.95	1.24	7.85
PAR PACIFIC HOLDINGS INC	10.34	2.97	6.74
Promedio	10.89	2.56	7.63

¹/ Datos de Bloomberg²/ Incluye 0.1% de acciones preferentes que no aparecen en la tablaTabla 2: Riesgo país
(Diferencial GTV30 Govt – GTUSDMX30Y, %)¹

Año	Diferencial
2020	2.7
2021	2.2
2022	2.8
Promedio	2.6

¹/ Datos de Bloomberg

Cabe mencionar que la muestra de las 10 compañías internacionales de refinación se obtiene por medio de comparaciones entre Pemex (empresa objetivo) y sus pares (comparables) privilegiando los siguientes parámetros de elección:

1. Cotizar en bolsa para tener acceso a la información pública de las empresas,
2. Realizar principalmente la misma actividad que la empresa objetivo para asegurar que el core business de las empresas comparables sea el mismo y así poder tener referencias del comportamiento del sector,

3. Mantener combinación “mix” similar de negocio y/o productos, en el caso de empresas que tengan varias líneas de negocios, se tratará de seleccionar las que asemejen la mayor proporción que mantienen en la totalidad,
4. Pertenecer al mismo país o región y/u operar en una misma zona geográfica, en los casos en que sea posible,
5. Tener un tamaño similar, por lo que no es aconsejable tomar como comparables a empresas con un volumen de ventas o unos beneficios con desviaciones mayores al 50% respecto de la empresa objetivo,
6. Tener unas mismas perspectivas de crecimiento de beneficios: Este factor es importante porque se visualiza si la empresa crece acorde con la exigencia de mercado en su sector, por lo que deberán ser verdaderos referentes de crecimiento, estructura financiera sana, rentabilidad y, eficiencia de operaciones,
7. En general que las empresas a analizar cuenten con procesos de refinación con configuraciones similares a Pemex, es decir FCC y Coker (alta configuración).

Elección del modelo de una refinería.

Los modelos de valuación por flujos descontados se pueden utilizar para cualquier tipo de negocio, en este caso, aplicados a la industria petrolera nacional, la DCF de Pemex cuenta con diversos modelos de evaluación económica determinística de las ramas de negocio de exploración y producción, refinación, gas, petroquímica, fertilizantes y logística.

Para el presente estudio, se propone modelar una refinería similar a las mexicanas, con capacidad de proceso de 240 Mbd (miles de barriles diarios) y con una capacidad parcial de

coquización. El proyecto por evaluar implica la inversión para ampliar la capacidad de coquización con el objeto de lograr la conversión eficiente del combustóleo en petrolíferos menos contaminantes de alto valor.

Para el estudio presente se elige un modelo de refinación por las siguientes razones:

- La estructura es fácilmente comprensible.
- Representa un modelo estándar de los utilizados por la DCF.
- Lograr la evaluación estocástica en este modelo significa poder replicarla fácilmente.
- 52.69% del total del suministro mundial de energía proviene del petróleo y el gas.¹
- Las reservas probadas de petróleo crudo remanentes en el mundo son de 1,752 miles de millones de barriles, el consumo diario es de 94.50 millones de barriles, por lo tanto, se tienen reservas probadas para 50.79 años.¹
- Siendo la producción mexicana de hidrocarburos totales de 1.76 millones de barriles diarios de crudo equivalente y la reserva probada de 7,319 millones de barriles, es suficiente para 11.42 años, sin embargo, considerando la reserva total de 19,311 millones de barriles, es suficiente para 30.13 años.²
- Las proyecciones de reducción del consumo de combustibles fósiles de la International Energy Agency (IEA) europea y la Energy Information Administration (EIA) norteamericana, no coinciden, ya que la IEA marca 2030 como tope máximo de consumo y la EIA considera que, solamente en caso de muy bajo crecimiento económico se reducirá el consumo después de 2030.³
- Una de las principales causas de contaminación de la atmósfera por derivados del petróleo se origina por utilizar combustóleo como combustible.
- El bajo nivel de proceso de 43.45% de la capacidad instalada del Sistema Nacional de Refinación (1,640 miles de barriles diarios), se debe en gran parte a la falta de coquizadoras para procesar combustóleo.²

¹/ Dato de 2021, World Energy Outlook 2022, IEA

²/ Datos de 2021, Anuario Estadístico 2021, Pemex

³/ Petroleum and other liquids, EIA y World Energy Outlook 2022, IEA

- Tres de los diez compromisos de México para frenar el cambio climático en el Foro de las Principales Economías sobre Energía y Clima se refieren a proyectos de refinación (USA, 17 de junio de 2022).⁴
 - Construcción de plantas coquizadoras en Tula y Salina Cruz
 - Rehabilitación del Sistema Nacional de Refinación
 - Construcción de la Refinería Olmeca (Dos Bocas, Tab.)

⁴/ Plan de Negocios de Petróleos Mexicanos y sus Empresas Productivas Subsidiarias 2023-2027

La importancia de un proyecto como el propuesto radica en la reducción de la producción de combustóleo a cambio del incremento de combustibles de alto valor y más amables al medio ambiente, como se puede apreciar en la Figura 1.

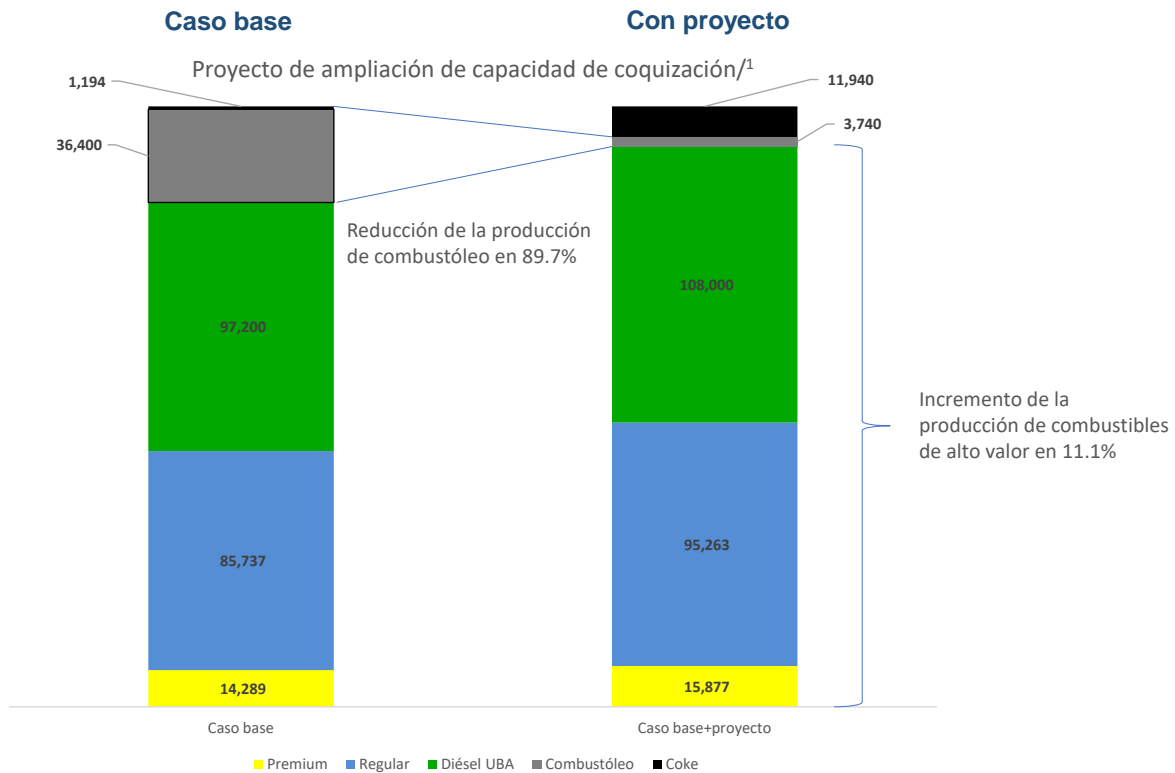


Figura 1: Caso base y caso con proyecto de ampliación de capacidad de coquización. Fuente: Construcción propia.

Capítulo 2. Marco teórico.

Las evaluaciones de proyectos en Pemex se realizan por medio de modelos de valuación por flujos descontados, usualmente con un horizonte de tiempo a 20 años y con la tasa WACC determinada por rama de negocio, construyendo así los modelos determinísticos. Cabe mencionar que para este capítulo se utilizó el software Minitab, el resto del estudio de caso utiliza la herramienta Decision Tools Suite Industrial.

Valuación por flujos de caja libre descontados.

Se muestra la estructura utilizada para modelar los proyectos a flujos descontados.

Tabla 3: Valuación por flujos de caja libre descontados (Ilustrativo)¹

	Base	P1	P2	P3	P4	P5/ ²	...
(+) Ingresos		650	650	650	650	650	...
(-) Costos		390	390	390	390	390	...
(=) R. Bruto		260	260	260	260	260	...
(-) Gastos		50	50	50	50	50	...
(-) Depreciación Cto. Financiero/ ³		20	20	20	20	20	...
(-) Impuestos		57	63	69	75	81	...
(=) NOPAT/ ⁴		133	147	161	175	189	...
(+) Depreciación		20	20	20	20	20	...
(-) Capex	400						
(=) Flujo de caja	(400)	153	167	181	195	209	...
(+) VP de flujos	744						
(-) Capital	400						
(=) VPN/ ⁵	344						

¹/ Construida con datos supuestos con el fin de ejemplificar (WACC=10%, Tasa impositiva=30%, Depreciación 20 años).

²/ Se extiende a 20 años (P20).

³/ No se utiliza para valuaciones económicas.

⁴/ Rendimiento Neto Operativo después de Impuestos (siglas en inglés).

⁵/ Valor Presente Neto.

Para las valuaciones por flujos descontados tenemos la fórmula.

$$Valor\ presente\ neto = \sum_{t=1}^n \left(\frac{FCt}{(1+k)^t} \right) + \frac{Valor\ Terminal\ n}{(1+k)^n}$$

Donde.

FCt =Flujo de Caja esperado para el periodo t

k =WACC del sector

t =periodo

Por lo tanto, el valor presente neto será la suma de 1 a n , de los flujos de caja divididos entre $(1 + \text{la tasa de descuento elevado a la potencia } t=\text{periodo})$ más el valor terminal en el periodo final= n , dado el caso.

La metodología para estimar la WACC considera el riesgo no diversificable o sistémico, ya que el resto de los riesgos específicos (no-sistémicos) que pudiera tener una inversión en un sector o empresa en particular, son medidos y modelados regularmente con otras técnicas como evaluaciones estocásticas o probabilísticas, como es el caso en esta investigación.

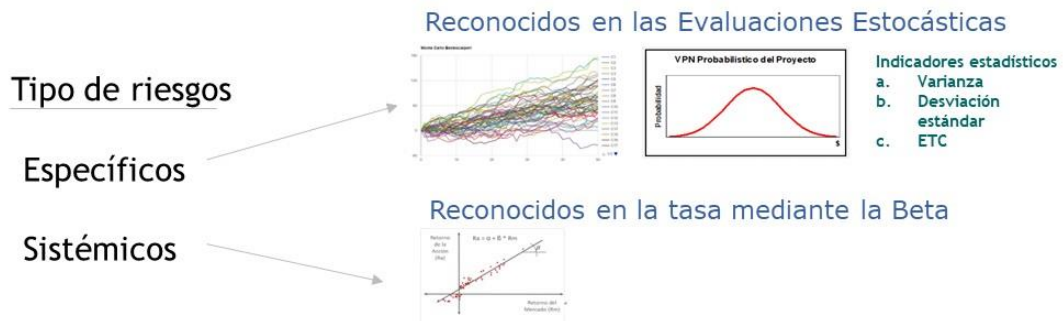


Figura 2: Tipos de riesgos.
Fuente: Construcción propia.

Modelo estocástico.

El modelo a desarrollar partirá de la valuación determinística y la definición de variables probabilísticas para obtener métricas estocásticas.

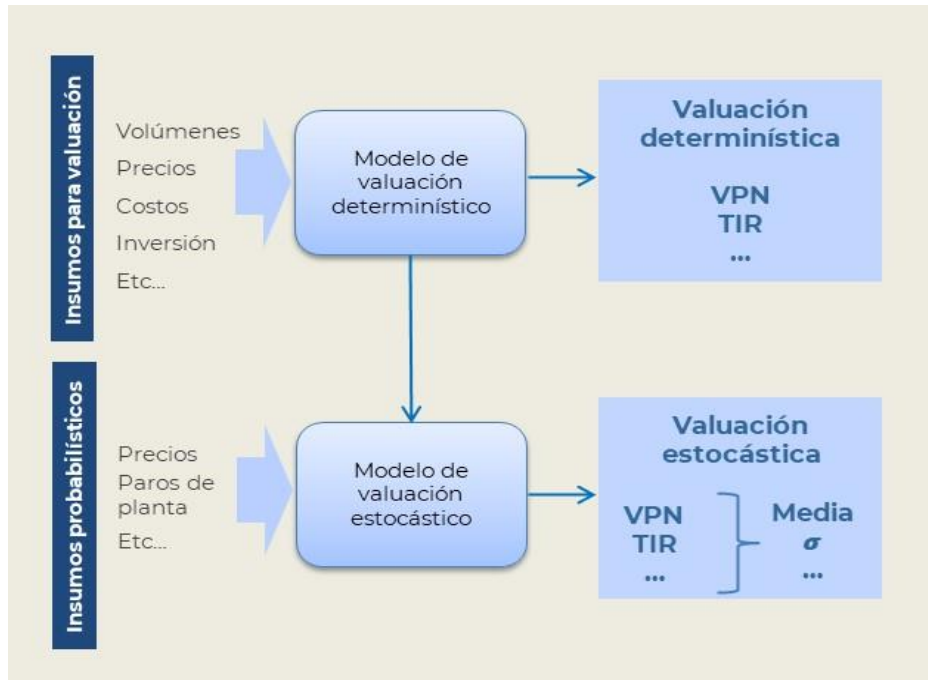


Figura 3: Construcción conceptual del Modelo de Valuación Estocástico.
Fuente: Construcción propia.

Modelos de predicción.

Los modelos de predicción se desarrollan para obtener los valores futuros de alguna variable, con el mayor grado de certidumbre posible.

En general, los modelos de predicción se refieren a un modelo desarrollado con base en la historia de la serie de datos, haciendo una aproximación a los mismos por algún método, obteniendo así los datos de la variable proyectada en tiempos posteriores $t+1 \dots t+n$.

Se presenta a continuación un ejemplo con datos históricos y una aproximación a un modelo de pronóstico simple para predecir el comportamiento de la variable independiente. En la gráfica se puede apreciar el valor de y , el valor calculado con el modelo y' , así como el diferencial $e = \varepsilon$ que se denomina error o residual.

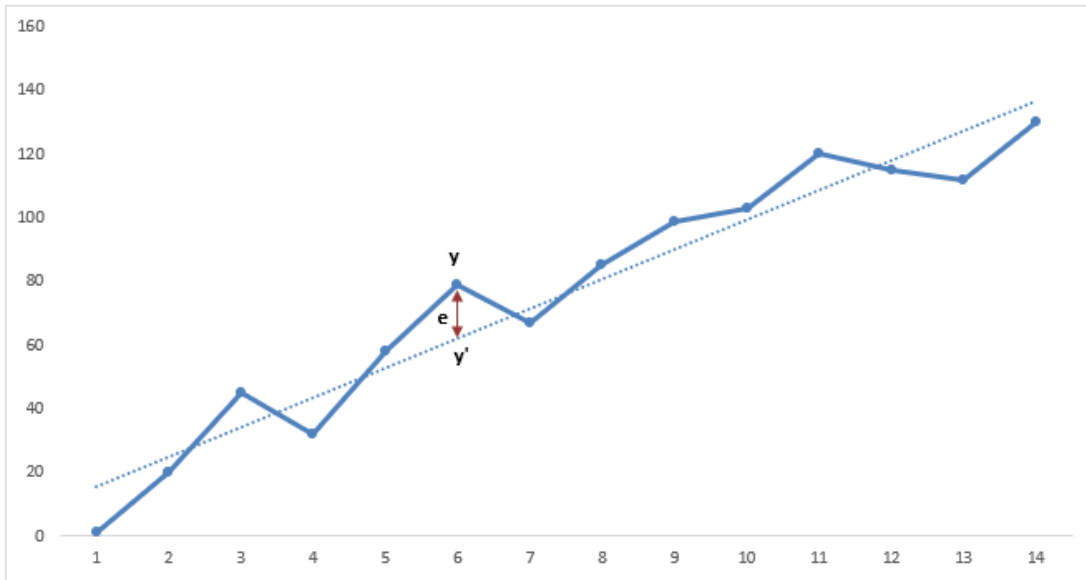


Figura 4: Ejemplo de modelo de predicción simple.
Fuente: Construcción propia.

Parámetros de calidad en los modelos de predicción.

Para saber si el modelo es bueno en la predicción se pueden calcular varios parámetros, por ejemplo:

- a) Promedio del porcentaje absoluto del error (MAPE por sus siglas en inglés), para

$$y_i \neq 0$$

$$MAPE = 100 * \left(\frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{(y_i - y'_i)}{y_i} \right|}{n} \right)$$

b) Promedio absoluto de la desviación (MAD)

$$MAD = \left(\frac{\sum_{i=1}^n |y_i - y'_i|}{n} \right)$$

c) Promedio cuadrado de la desviación (MSD)

$$MSD = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2}{n} \right)$$

Los valores pequeños de los indicadores antes mencionados muestran que el modelo de predicción se ajusta bien a los datos observados, por el contrario, valores significativamente grandes indican que el modelo no se ajusta correctamente a los datos observados.

Modelo de Promedio Móvil Ponderado Exponencial (PMPE).

Uno de los primeros modelos desarrollados para predicción prospectiva es el Modelo de Promedio Móvil Ponderado Exponencial (PMPE, EWMA por sus siglas en inglés).

Se basa en la idea de obtener el promedio ponderado de todas las observaciones disponibles, teniendo como requisito para su aplicación que la serie de datos sea estacionaria (media constante a lo largo del tiempo) siendo su representación matemática la siguiente:

$$PMPE_i = (y_i + \alpha y_{i-1} + \alpha^2 y_{i-2} + \alpha^3 y_{i-3} + \dots + \alpha^{i-1} y_1) / (1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \dots + \alpha^{i-1}) \quad \text{con } 0 < \alpha < 1$$

Simplificando obtenemos:

$$PMPE_i = \alpha y_i + (1 - \alpha) PMPE_{i-1} \quad \text{con } 0 < \alpha < 1$$

De tal modo que se obtendrá la y' (calculada) de la siguiente manera:

$$y'_{i+1} = PMPE_i = \alpha y_i + (1 - \alpha) y'_i \quad \text{con } \epsilon_i = y_i - y'_i$$

El modelo supone homocedasticidad, por lo tanto, los errores (ϵ) deben tener media 0, varianza constante y ser independientes entre sí.

El valor de α se calcula con el mínimo de la suma del cuadrado de los errores:

$$SCE = \sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2$$

Dada la circunstancia, se puede observar que para aplicar las fórmulas propuestas necesitamos y'_1 , dato inexistente, pero que se puede calcular por medio de tres procedimientos, queda como responsabilidad del analista elegir el que mejor ajuste. Los procedimientos son:

- a) Promediar los primeros valores de y
- b) Promediar todos los valores de y
- c) Ajustar a una regresión lineal y la ordenada al origen será el valor de y'_1

Se presenta la siguiente gráfica con datos que serán ajustados al modelo PMPE a manera de ejemplo:

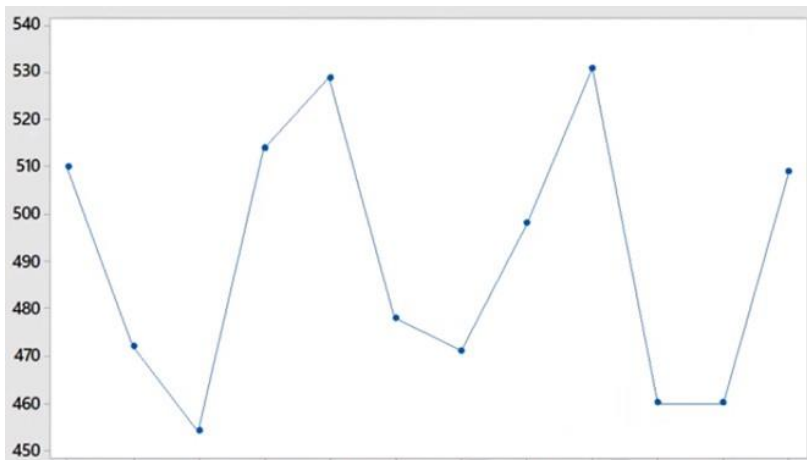


Figura 5: Ejemplo de Modelo PMPE, datos origen.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=hNopQvIxmK0>

$$y_t = 0.1158 + 0.8842 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

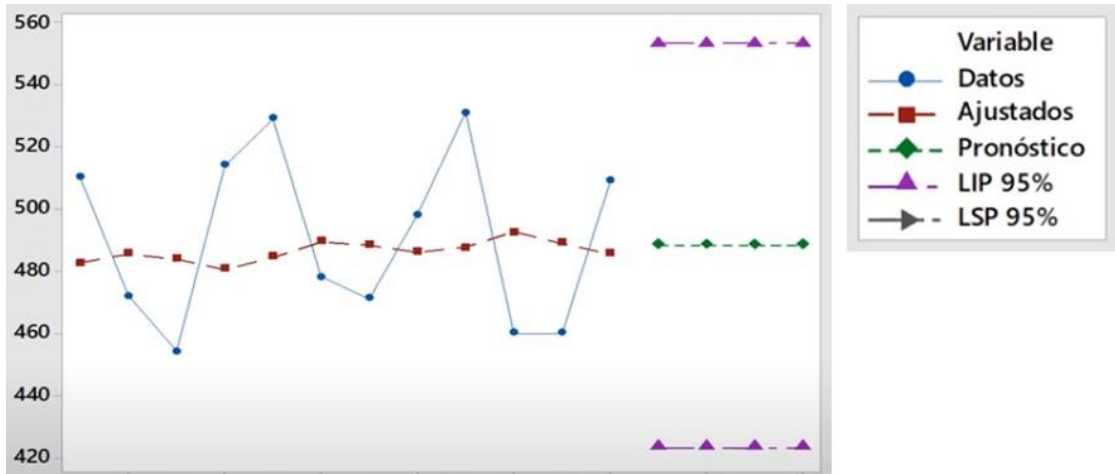


Figura 6: Ejemplo de Modelo PMPE, ajuste.

MAPE=5.370; MAD=26.527; MSD=821.660.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=hNopQvIxmK0>

Como se puede observar, un gran inconveniente de este modelo de predicción es que los datos proyectados quedan constantes, por lo cual su uso es muy limitado.

Queda realizar el análisis de residuales para comprobar que el modelo cumple con las características de homocedasticidad, por lo cual se desarrolla la función de autocorrelación que se construye analizando los retardos de cada error con respecto a los errores anteriores, siendo el retardo 1 el análisis del error 1 con respecto al error 2, el error 2 con respecto al 3 y así sucesivamente. El retardo 2 será el análisis del error 1 con respecto al error 3 (dos desplazamientos), de tal modo que se tendrá un análisis de la siguiente forma, siendo las r el coeficiente de correlación de Pearson, definido como la covarianza de las dos variables dividida entre la raíz cuadrada del producto de las varianzas de cada una:

Retardo 1	Retardo 2	Retardo 3...
(ϵ_1, ϵ_2)	(ϵ_1, ϵ_3)	$(\epsilon_1, \epsilon_4)...$
(ϵ_2, ϵ_3)	(ϵ_2, ϵ_4)	$(\epsilon_2, \epsilon_5)...$
(ϵ_3, ϵ_4)	(ϵ_3, ϵ_5)	$(\epsilon_3, \epsilon_6)...$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
r1	r2	r3

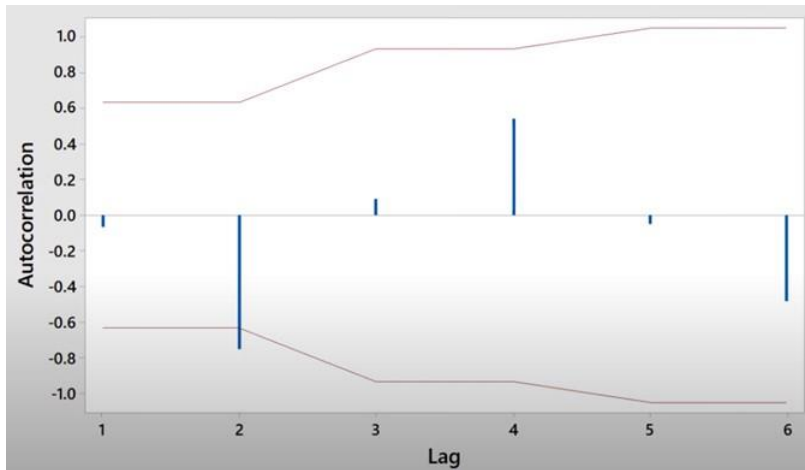


Figura 7: Función de autocorrelación de errores (5% de significancia).

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=hNopQvIxmK0>

En la gráfica podemos observar que el valor r del retardo 2 no presenta la característica de independencia, dado que su valor excede la zona de tolerancia del estadístico al 5% de significancia, por lo que no podemos validar el supuesto de independencia de los errores.

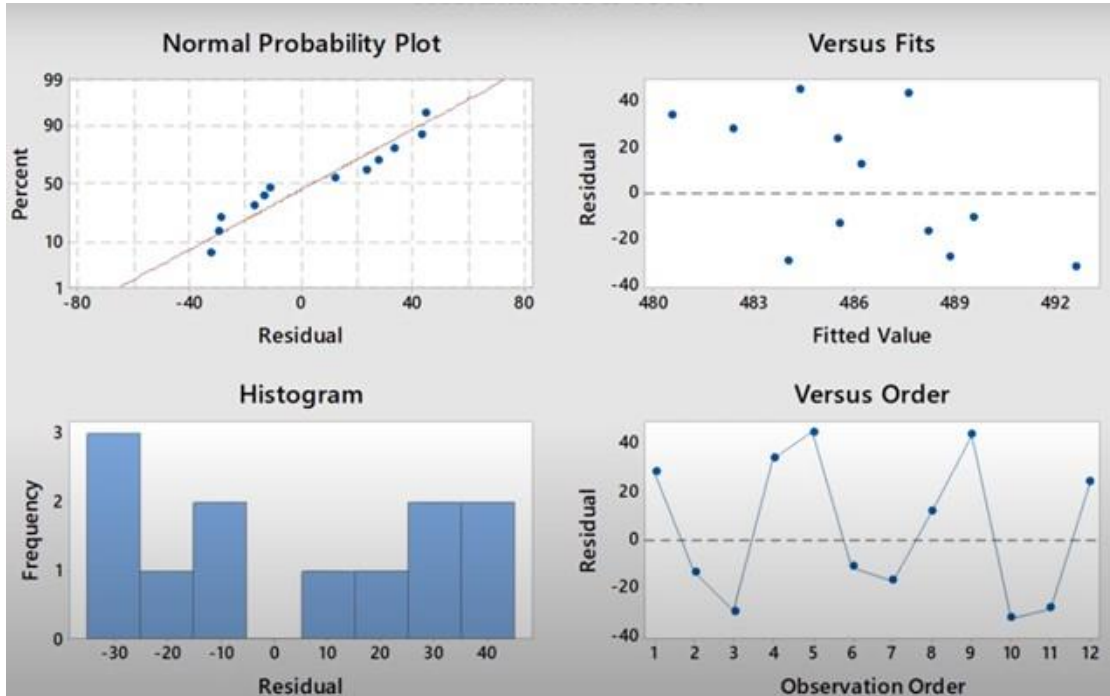


Figura 8: Análisis de residuales.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=hNopQvIxmK0>

Se procede al análisis de los siguientes supuestos que son el ajuste de los errores a la curva normal y su varianza constante, luego de observar la primera gráfica (Normal Probability Plot) se aprecia que el ajuste de residuales a la curva normal es bueno dado que los puntos se encuentran cerca de la recta, en la segunda gráfica (Versus fits) se aprecia que la dispersión es constante y, por lo tanto, se puede validar el supuesto de varianza constante.

Conclusión, el modelo desarrollado no se puede validar, ya que los residuales no cumplen con la premisa de independencia.

Modelo de Holt.

El modelo desarrollado por Charles Holt en 1957 propone incorporar a los datos un indicador de tendencia con el objetivo de lograr un mejor ajuste de la predicción. Para desarrollar su modelo, Holt toma como base el modelo PMPE y le añade la tendencia, la idea general es la siguiente:

$$y'_{i+1} = \text{Estimado}_i + \text{Tendencia}_i$$

$$\text{Estimado}_i = \alpha y_i + (1 - \alpha)(\text{Estimado}_{i-1} + \text{Tendencia}_{i-1})$$

$$\text{Tendencia}_i = \beta(\text{Estimado}_i - \text{Estimado}_{i-1}) + (1 - \beta)\text{Tendencia}_{i-1}$$

Cabe mencionar que para este modelo se siguen suponiendo las características de serie estacionaria y homocedasticidad de los errores. Ejemplo:

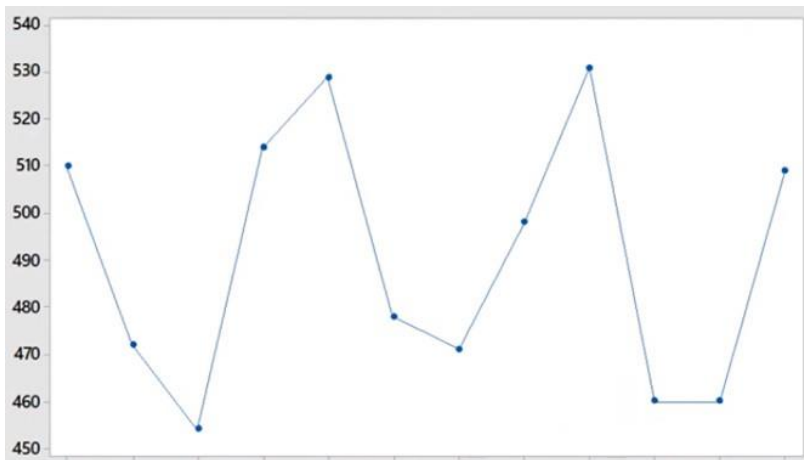


Figura 9: Ejemplo de Modelo de Holt, datos origen.
 Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. [https:// www.youtube.com/watch?v=INzoLifLf3c&t=13s](https://www.youtube.com/watch?v=INzoLifLf3c&t=13s)

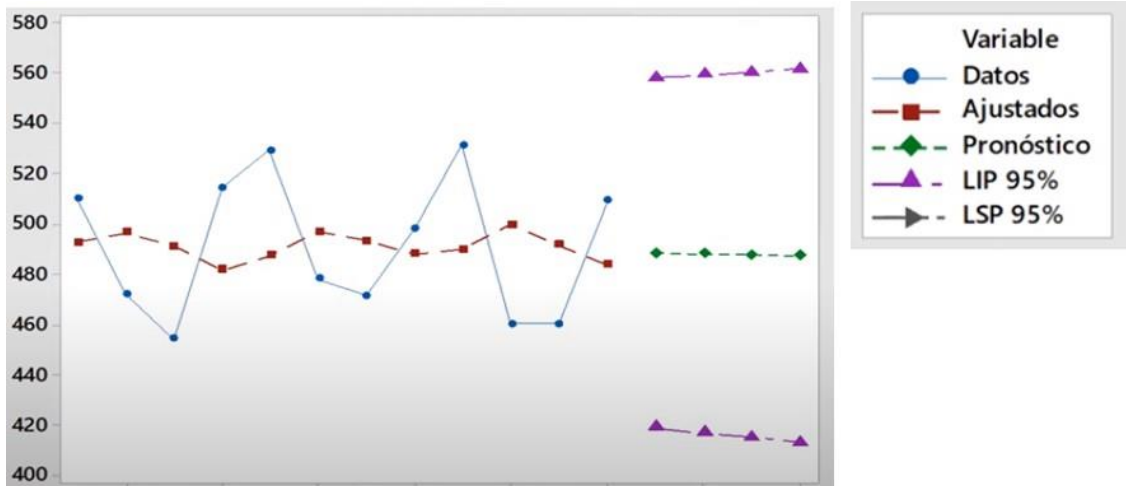


Figura 10: Ejemplo de Modelo de Holt, ajuste.

MAPE=5.803; MAD=28.421; MSD=905.932.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=INzoLifLf3c&t=13s>

El software aplica por default 0.2 para α , β por lo cual se recomienda variar ambos para investigar si con datos distintos se puede aproximar más a la curva origen.

Se puede apreciar desde la gráfica de ajuste que el Modelo de Holt no es significativamente más preciso que el Modelo PMPE para el pronóstico.

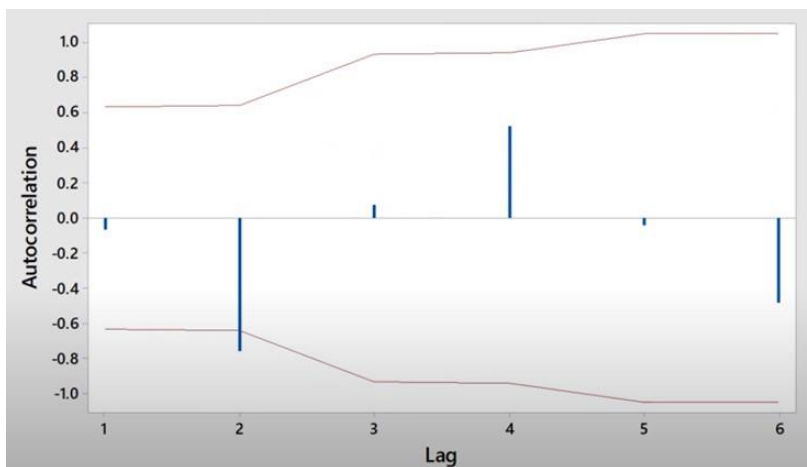


Figura 11: Función de autocorrelación de errores (5% de significancia).

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=INzoLifLf3c&t=13s>

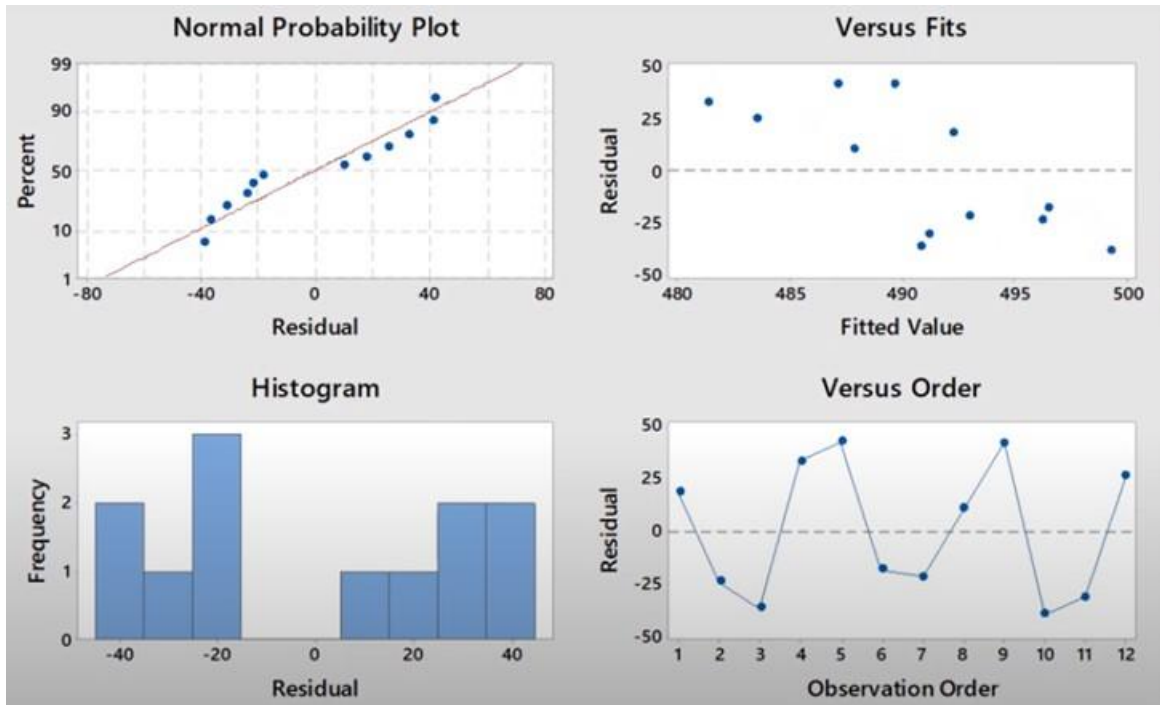


Figura 12: Análisis de residuales.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=INzoLifLf3c&t=13s>

Haciendo el análisis de residuales podemos notar que el ajuste a la normal no es mejor que en el modelo anterior y que no hay evidencia significativa de que la varianza sea constante. Asimismo, el valor de los retardos 2 no son independientes, por lo que a manera de conclusión debemos decir que el modelo no es aceptable.

Modelo de Holt-Winters aditivo.

Este modelo, también llamado de suavizamiento exponencial, representa la aportación de Winters al modelo de Holt para añadir un componente de estacionalidad. La estacionalidad ocurre cuando el patrón de los datos se repite cada k observaciones, considerándose k como la longitud de la estacionalidad. De esta manera, este modelo tendrá representados los

componentes de predicción, de tendencia y de estacionalidad, haciéndolo más robusto y eficiente que los anteriores.

$$y'_{i+1} = \text{Estimado}_i + \text{Tendencia}_i + \text{Estacionalidad}_i$$

$$\text{Estimado}_i = \alpha(y_i - \text{Estacionalidad}_{i-1}) + (1-\alpha)(\text{Estimado}_{i-1} + \text{Tendencia}_{i-1})$$

$$\text{Tendencia}_i = \beta(\text{Estimado}_i - \text{Estimado}_{i-1}) + (1-\beta)(\text{Tendencia}_{i-1})$$

$$\text{Estacionalidad}_i = \gamma(y_i - \text{Estimado}_i) + (1-\gamma)(\text{Estacionalidad}_{i-k})$$

Para este caso, de manera similar a los anteriores, los factores α , β , γ se calculan minimizando los cuadrados de los errores.

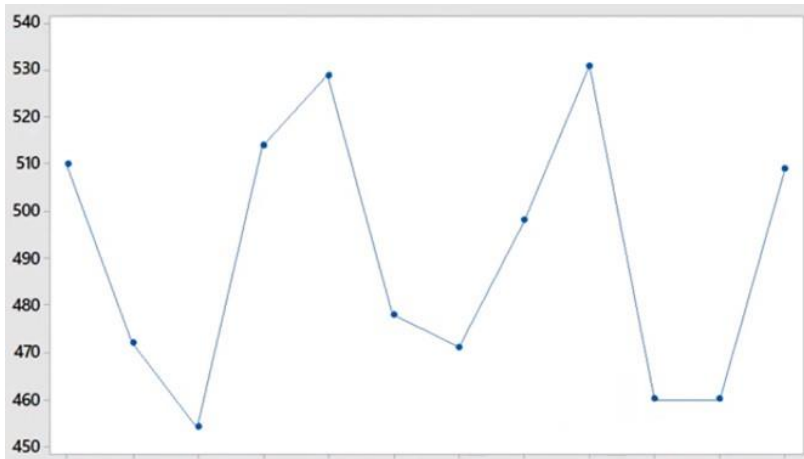


Figura 13: Ejemplo de Modelo de Holt-Winters aditivo, datos origen.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=4PT0fz27bQg&t=653s>

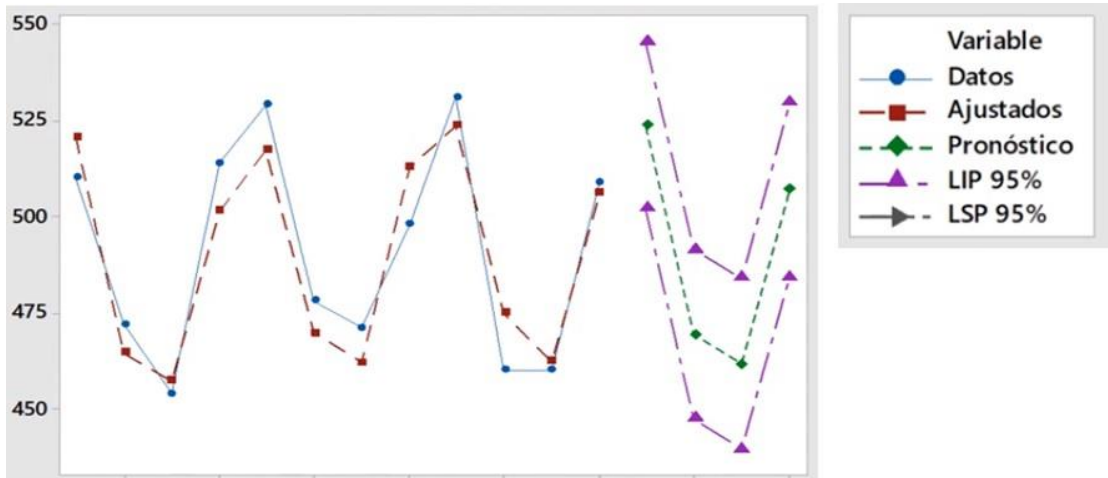


Figura 14: Ejemplo de Modelo de Holt-Winters aditivo, ajuste.

MAPE=1.7869; MAD=8.8024; MSD=95.0777.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=4PT0fz27bQg&t=653s>

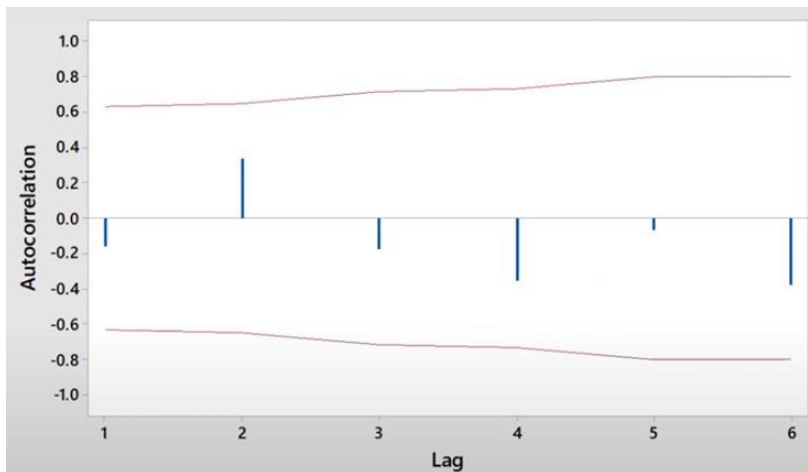


Figura 15: Función de autocorrelación de errores (5% de significancia).

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=4PT0fz27bQg&t=653s>

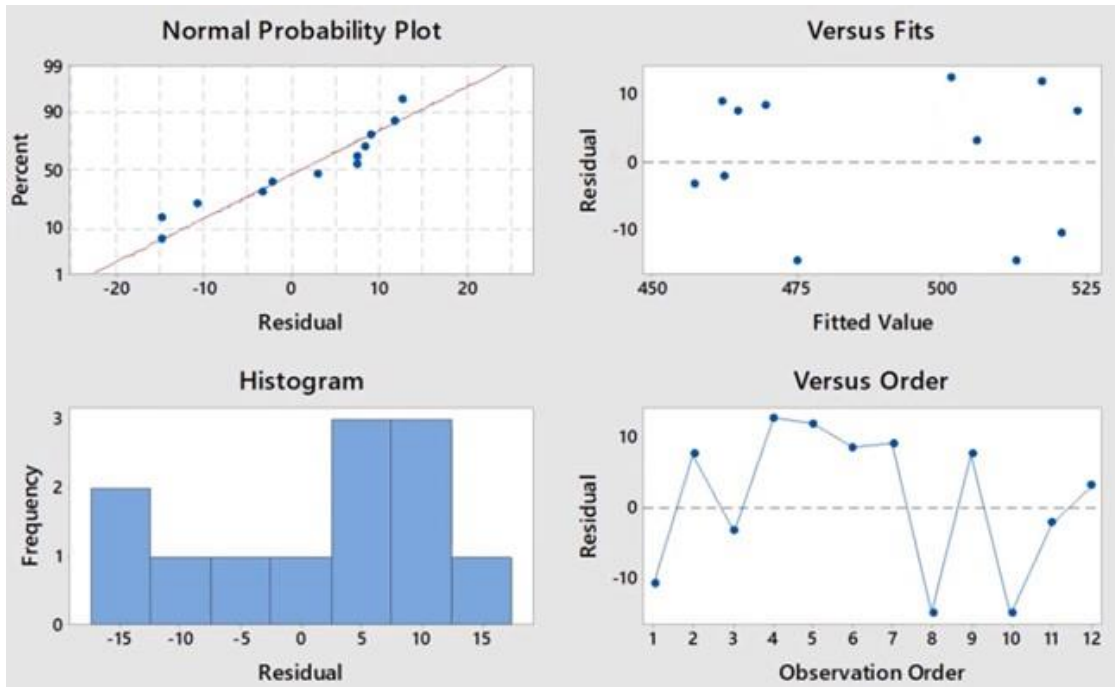


Figura 16: Análisis de residuales.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=4PT0fz27bQg&t=653s>

Se puede observar que el ajuste de la curva es mucho mejor que los anteriores, ya que incorpora el componente de estacionalidad, asimismo, el ajuste de los residuales a la normal se aprecia bien y la amplitud en la gráfica de dispersión se aprecia constante, por lo que se infiere una varianza constante, asimismo, los coeficientes de correlación entre los retardos no rebasan los límites, por lo que se concluye independencia en los residuales. Se concluye, por tanto, que el modelo es aceptable para la predicción.

Modelo de Holt-Winters multiplicativo.

Este modelo fue desarrollado para el tratamiento de datos con tendencia y estacionalidad que aumenten en el tiempo, la diferencia básica con el modelo anterior es que el componente de

estacionalidad multiplica en lugar de sumar, para lograr el efecto deseado de pronóstico con tendencia y estacionalidad crecientes.

$$y'_{i+1}=(\text{Estimado}_i+\text{Tendencia}_i)\text{Estacionalidad}_i$$

$$\text{Estimado}_i=\alpha(y_i / \text{Estacionalidad}_{i-k})+(1-\alpha)(\text{Estimado}_{i-1}+ \text{Tendencia}_{i-1})$$

$$\text{Tendencia}_i=\beta(\text{Estimado}_i- \text{Estimado}_{i-1}) +(1- \beta) (\text{Tendencia}_{i-1})$$

$$\text{Estacionalidad}_i=\gamma (y_i / \text{Estimado}_i)+(1- \gamma)(\text{Estacionalidad}_{i-k})$$

Para este caso, los factores α , β , γ se calculan por el mismo método, minimizando los cuadrados de los errores.

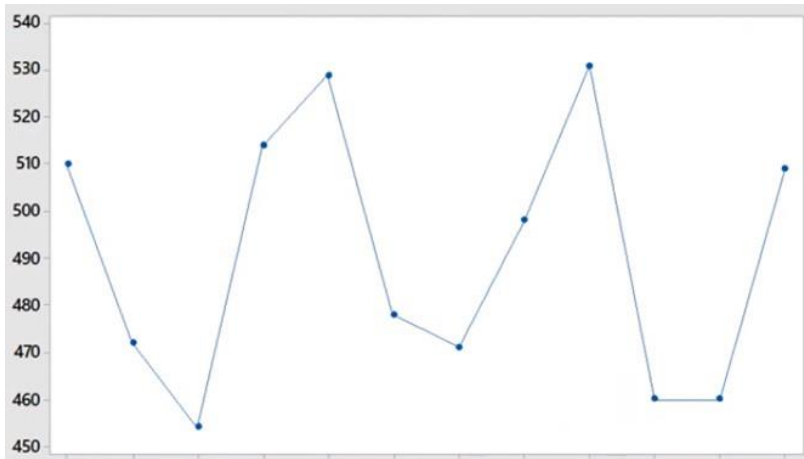


Figura 17: Ejemplo de Modelo de Holt-Winters multiplicativo, datos origen.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=Ieq3OeptlXM>

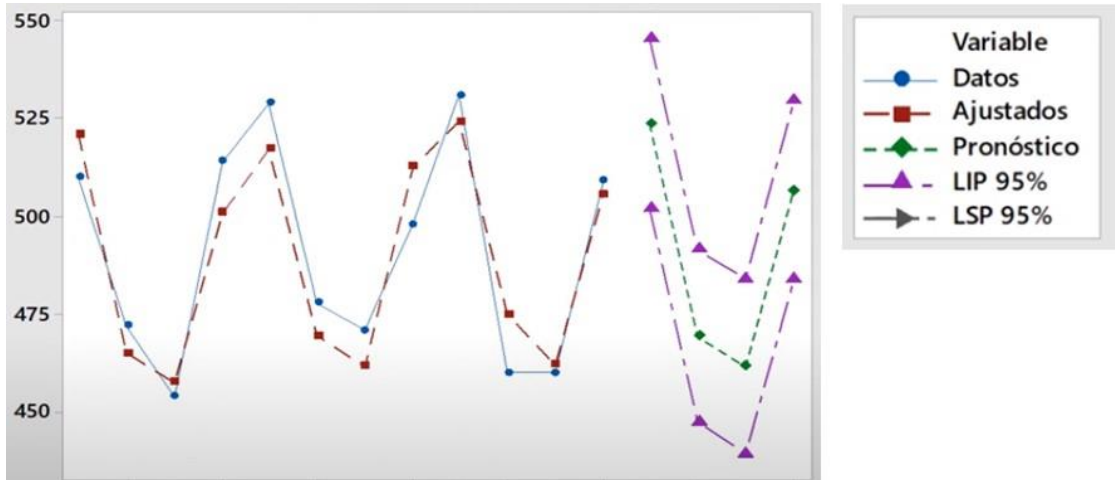


Figura 18: Ejemplo de Modelo de Holt-Winters multiplicativo, ajuste.

MAPE=1.7941; MAD=8.8370; MSD=96.0062.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=Ieq3OeptlXM>

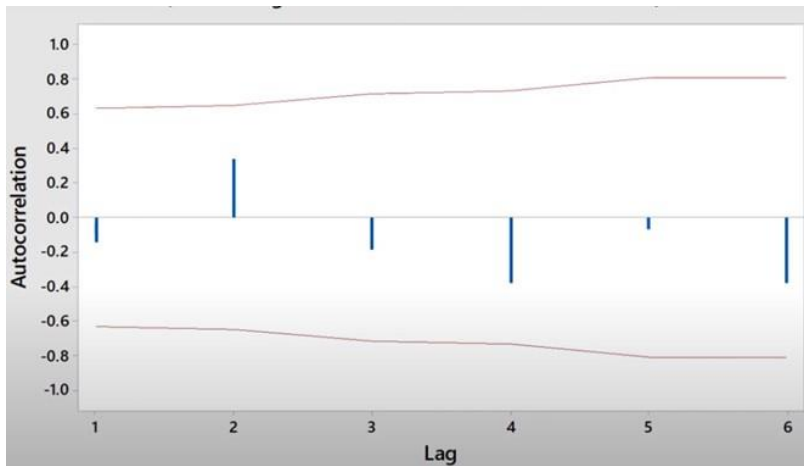


Figura 19: Función de autocorrelación de errores (5% de significancia).

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=Ieq3OeptlXM>

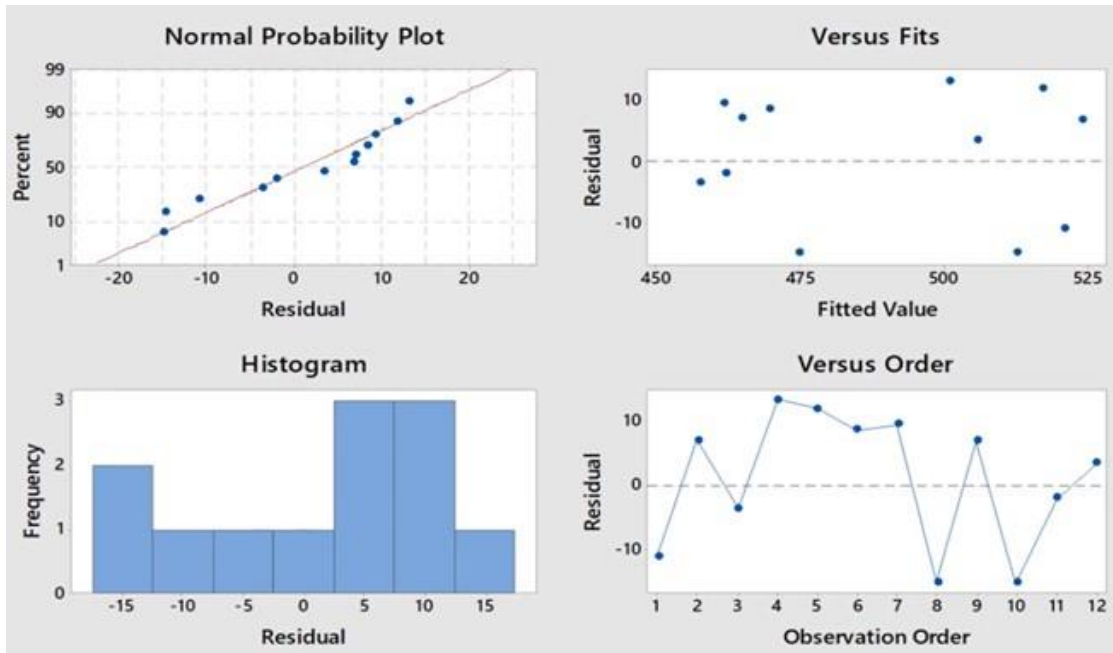


Figura 20: Análisis de residuales.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. [https:// www.youtube.com/watch?v=Ieq3OeptlXM](https://www.youtube.com/watch?v=Ieq3OeptlXM)

Se puede observar que los resultados de la aproximación Holt-Winters multiplicativo son muy similares a la aproximación Holt-Winters aditivo.

Modelo Autorregresivo AR(p).

Los modelos autorregresivos AR(p) parten de la suposición de que el valor de la variable a proyectar en el tiempo t, se puede conocer con base en los valores de la misma variable en el pasado (tiempo t-1, t-2, t-3...t-p) y que se pueden aproximar por medio de una regresión lineal de orden p. Para este modelo se supone que la serie a analizar es estacionaria, por lo tanto, las fluctuaciones de esta se realizan alrededor de un valor constante en el eje de las ordenadas.

$$y_t = F(y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3} \dots y_{t-p}, \epsilon_t)$$

Siendo y_t la variable a calcular en el tiempo t , p el número de elementos pasados que intervienen en la definición de y_t , y ϵ_t el error inherente al cálculo de y_t .

La representación común de un modelo AR(p) es la siguiente:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} \dots + \beta_p y_{t-p} + \epsilon_t$$

En este caso los errores también deben presentar homocedasticidad, por lo tanto, su media es 0, su varianza es constante, σ^2 y presentan independencia entre sí.

Para saber si un grupo de datos se puede aproximar a un modelo AR(p), se requiere identificar dos condiciones sobre los datos históricos:

- 1) La función de autocorrelación parcial se anula después del retardo p y
- 2) La función de autocorrelación cae suavemente

Para calcular la función de autocorrelación se hace lo siguiente, dados n datos temporales $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$, se calculan los $r_1 \dots r_n$ con el coeficiente de correlación de Pearson:

(y_1, y_2)	(y_1, y_3)	$(y_1, y_4) \dots$
(y_2, y_3)	(y_2, y_4)	$(y_2, y_5) \dots$
(y_3, y_4)	(y_3, y_5)	$(y_3, y_6) \dots$
.	.	.
.	.	.
(y_{n-1}, y_n)	(y_{n-2}, y_n)	$(y_{n-3}, y_n) \dots$
r_1	r_2	r_3

Para calcular la autocorrelación parcial se procede de la siguiente manera:

- a) Se hace una regresión con y_t como variable independiente, $y_{t+1}, y_{t+2}, y_{t+c-1}$ como variables independientes, guardando los residuales obtenidos
- b) Se hace una regresión con y_{t+c} como variable independiente, $y_{t+1}, y_{t+2}, y_{t+c-1}$ como variables independientes, guardando los residuales obtenidos

- c) Se calculan los coeficientes de correlación de los pares de los residuales (r_{1a}, r_{1b}) , (r_{2a}, r_{2b}) , $(r_{3a}, r_{3b}) \dots$
- d) Los datos obtenidos serán los coeficientes de correlación parcial que miden la relación lineal entre y_t , y_{t+c} , eliminando la influencia de los datos intermedios y_{t+1} , y_{t+2} , y_{t+c-1}

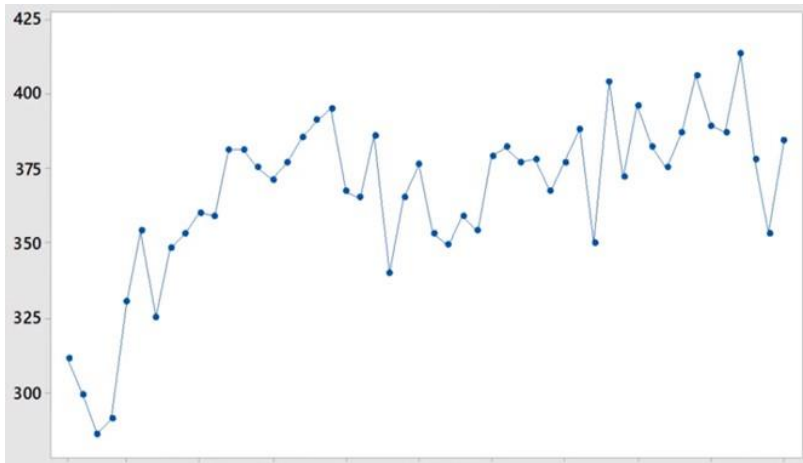


Figura 21: Ejemplo de Modelo Autorregresivo, datos origen.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=Rk__fsncHgY

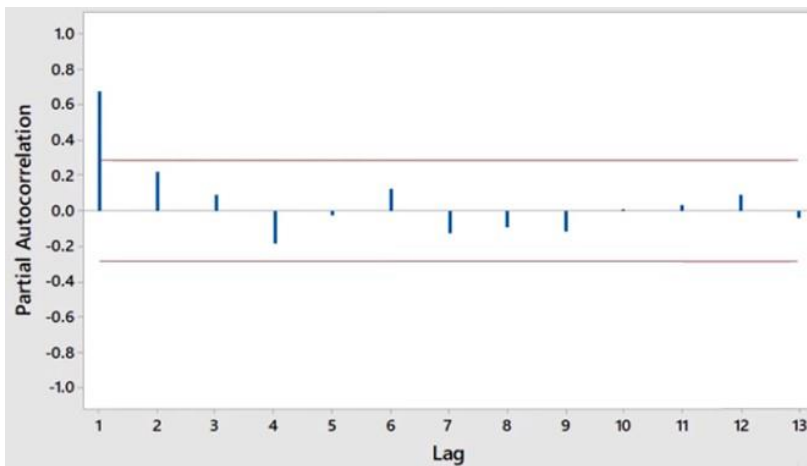


Figura 22: Función de autocorrelación parcial de los datos (5% de significancia).

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=Rk__fsncHgY

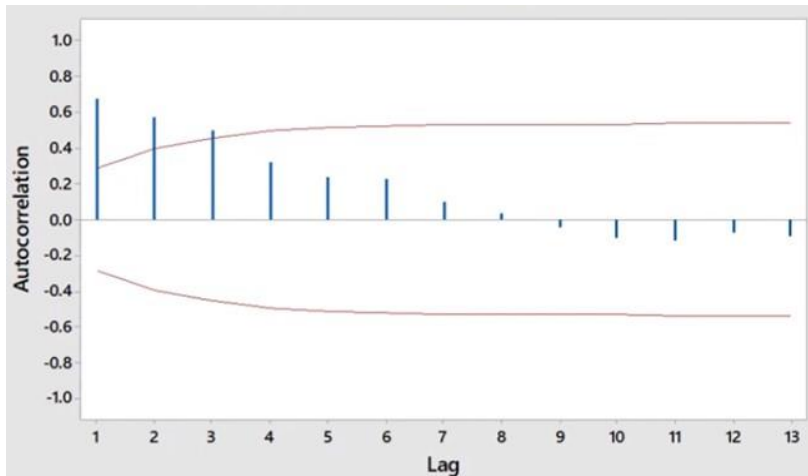


Figura 23: Función de autocorrelación de los datos (5% de significancia).
 Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
 Youtube. [https:// www.youtube.com/watch?v=Rk__fsncHgY](https://www.youtube.com/watch?v=Rk__fsncHgY)

Derivado de los datos obtenidos, podemos observar que, en la gráfica de autocorrelación parcial, en el retardo 1 se rebasan los límites, situación que no se repite, por lo tanto, la autocorrelación parcial se anula después del retardo 1, siendo indicativo del uso de un modelo autorregresivo de orden 1, AR(1).

Por otro lado, en la gráfica de autocorrelación ordinaria, se observa que los valores de los retardos se van reduciendo suavemente, por lo tanto, se cumplen las premisas para considerar que la aproximación a un modelo AR es correcta, cabe mencionar que para esta conclusión no es significativo que los valores de autocorrelación ordinaria excedan los límites.

Derivado de lo anterior, se le solicita al software que calcule un modelo autorregresivo de grado 1 y el reporte final es el siguiente:

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
AR 1	0.7460	0.0977	7.64	0.000
Constant	92.50	2.73	33.87	0.000
Mean	364.2	10.8		

Figura 24: Reporte final de estimación de parámetros para Modelo AR(1).

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=Rk__fsncHgY

Se concluye entonces que el modelo AR(1) resultante es el siguiente:

$$y_t = 92.50 + 0.746 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

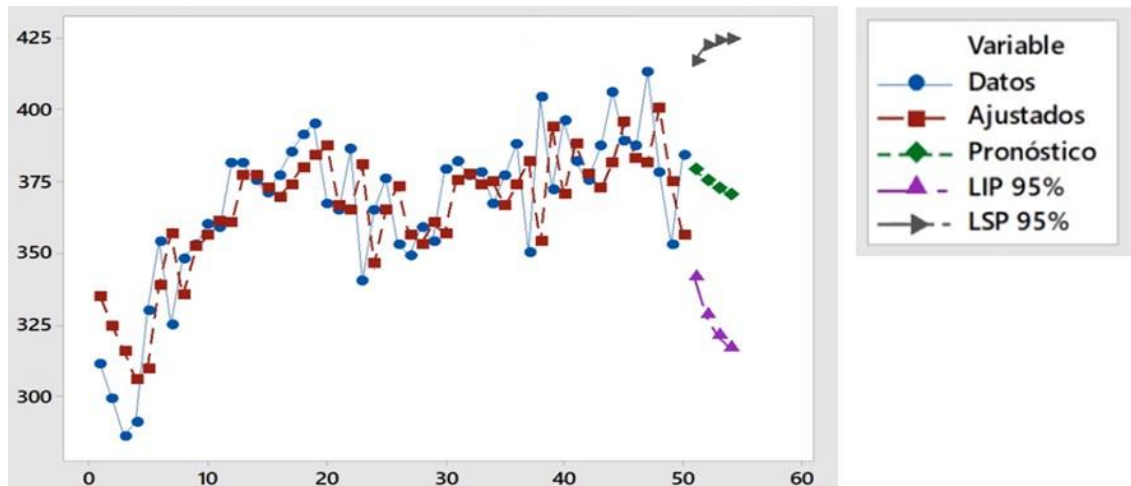


Figura 25: Ejemplo de Modelo Autorregresivo, ajuste.

MAPE=4.2298; MAD=15.2340; MSD=357.7671.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=Rk__fsncHgY

Se procede entonces al análisis de los residuales:

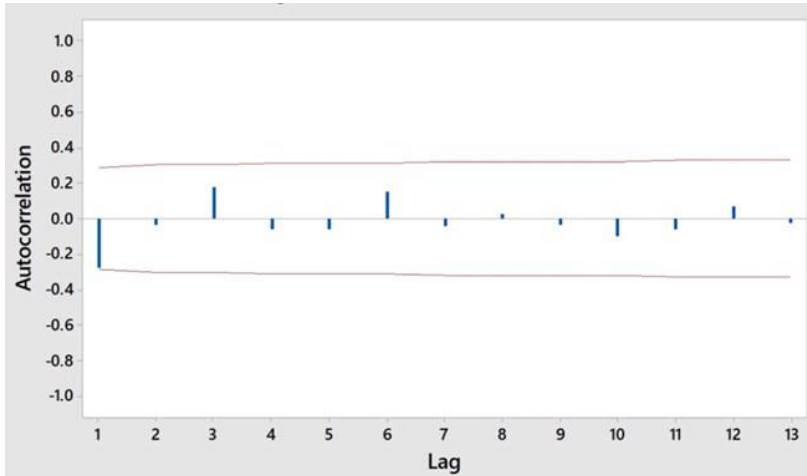


Figura 26: Función de autocorrelación de errores (5% de significancia).
Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
Youtube. [https:// www.youtube.com/watch?v=Rk__fsncHgY](https://www.youtube.com/watch?v=Rk__fsncHgY)

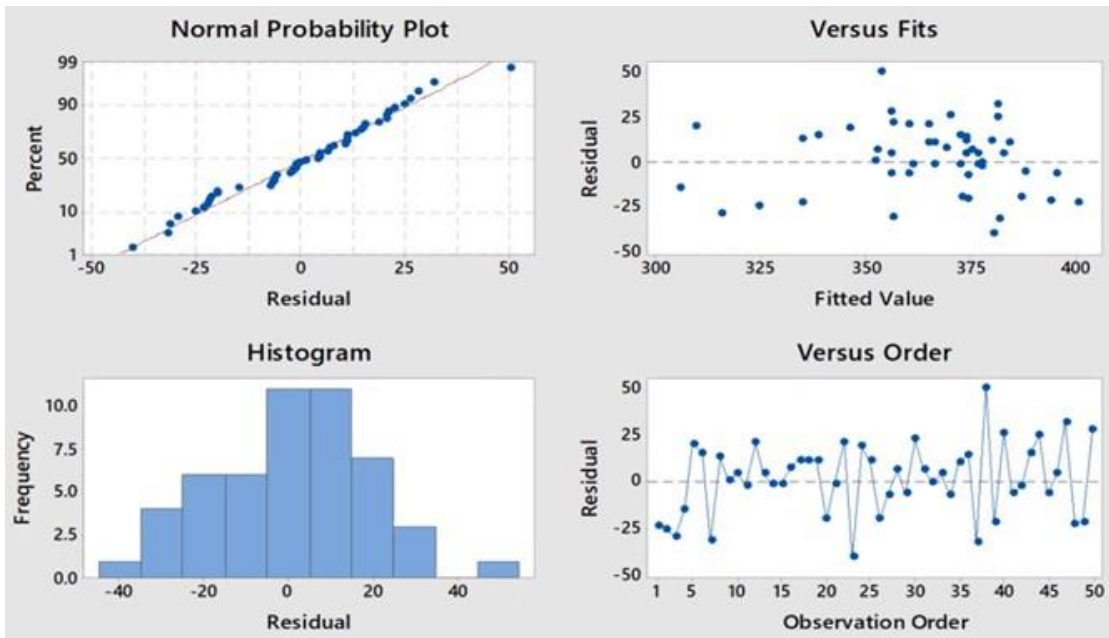


Figura 27: Análisis de residuales.
Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
Youtube. [https:// www.youtube.com/watch?v=Rk__fsncHgY](https://www.youtube.com/watch?v=Rk__fsncHgY)

En el análisis de residuales (errores) se aprecia que el ajuste a la normal se cumple, que la dispersión se ajusta a un intervalo definido por lo que se infiere la varianza constante y la

función de autocorrelación de los residuales no rebasa los límites, por lo que se concluye que la calidad del ajuste del modelo es muy alta.

Modelo de Medias Móviles MA(q).

Los modelos de medias móviles MA(q) suponen que la serie de datos es estacionaria y que la variable en el tiempo t depende de los errores, siendo definida como una regresión de los q errores de las observaciones anteriores. Para este caso también se asume homocedasticidad.

$$y_t = F(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-3}, \dots, \varepsilon_{t-q})$$

Siendo y_t la variable a calcular en el tiempo t, q el número de elementos pasados que intervienen en la definición de y_t , y ε_t el error inherente al cálculo de y_t .

La representación común de un modelo de media móvil que depende de un número q de datos anteriores, MA(q) es la siguiente:

$$y_t = \beta_0 + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \theta_3 \varepsilon_{t-3} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

En este modelo β_0 , θ_i son constantes y ε_i presenta la misma característica de homocedasticidad.

En este caso, un grupo de datos se considera que se puede aproximar a un modelo MA(q) cuando se cumplen las siguientes condiciones en ellos:

- 1) La función de autocorrelación parcial cae suavemente y
- 2) La función de autocorrelación se anula después del retardo q

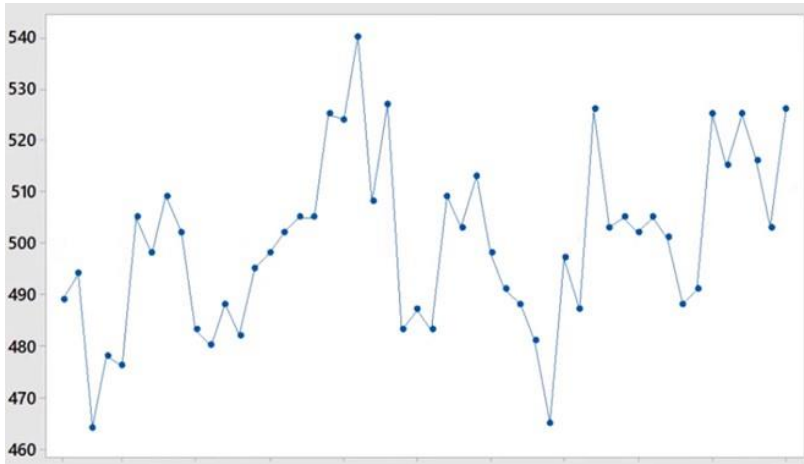


Figura 28: Ejemplo de Modelo de Media Móvil, datos origen.
Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=cwwOfz7rsxc>

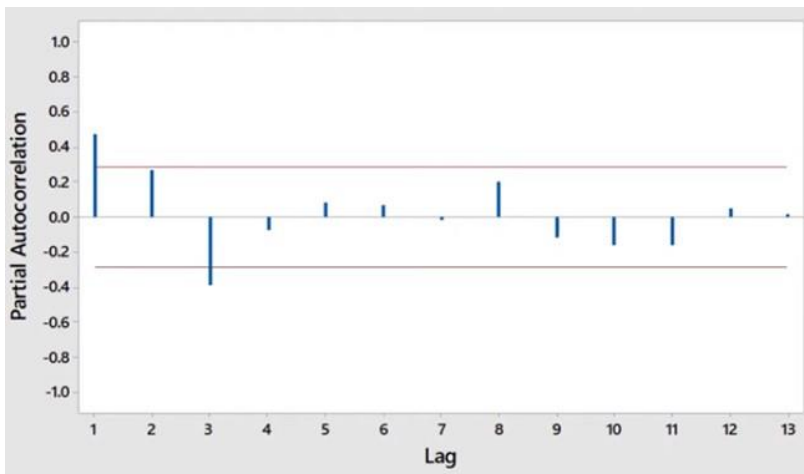


Figura 29: Función de autocorrelación parcial de los datos (5% de significancia).
Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=cwwOfz7rsxc>

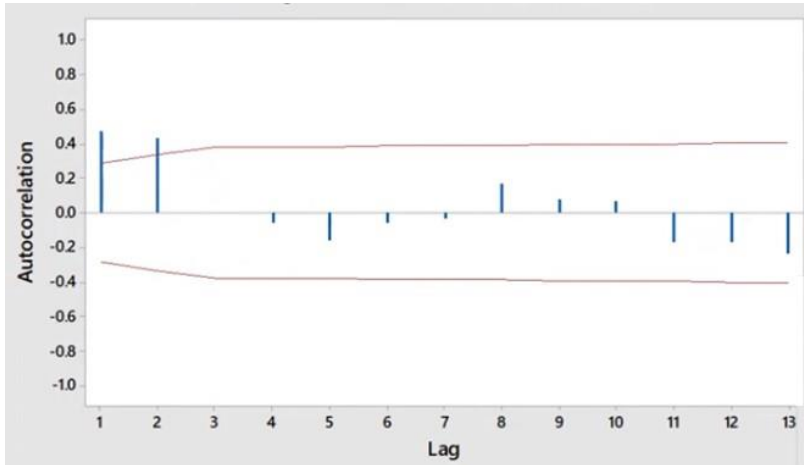


Figura 30: Función de autocorrelación de los datos (5% de significancia).
 Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
 Youtube. [https:// www.youtube.com/watch?v=cwwOfz7rsxc](https://www.youtube.com/watch?v=cwwOfz7rsxc)

Para el ejemplo mostrado se observa que los coeficientes de autocorrelación se anulan después del retardo 2, sugiriendo un modelo de orden 2. Además, para la autocorrelación parcial se aprecia una disminución suave en los valores de los retardos. Por lo tanto, podemos concluir que los datos son susceptibles de aproximar por medio de un modelo MA(2).

Derivado de lo anterior, se le solicita al software que calcule un modelo de medias móviles de grado 2 y el reporte final es el siguiente:

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
MA 1	-0.459	0.105	-4.37	0.000
MA 2	-0.697	0.106	-6.60	0.000
Constant	500.24	3.89	128.54	0.000
Mean	500.24	3.89		

Figura 31: Reporte final de estimación de parámetros para Modelo MA(2).
 Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
 Youtube. [https:// www.youtube.com/watch?v=cwwOfz7rsxc](https://www.youtube.com/watch?v=cwwOfz7rsxc)

Se concluye entonces que el modelo MA(2) resultante es el siguiente:

$$y_t = 500.24 + 0.459 \varepsilon_{t-1} + 0.697 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

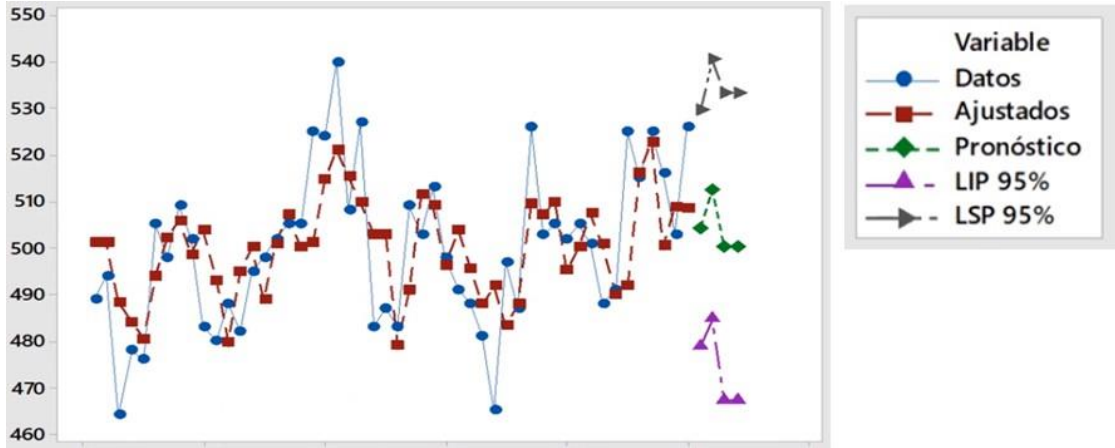


Figura 32: Ejemplo de Modelo Medias Móviles, ajuste.

MAPE=2.0171; MAD=10.0754; MSD=158.0438.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=cwwOfz7rsxc>

Se procede entonces al análisis de los residuales:

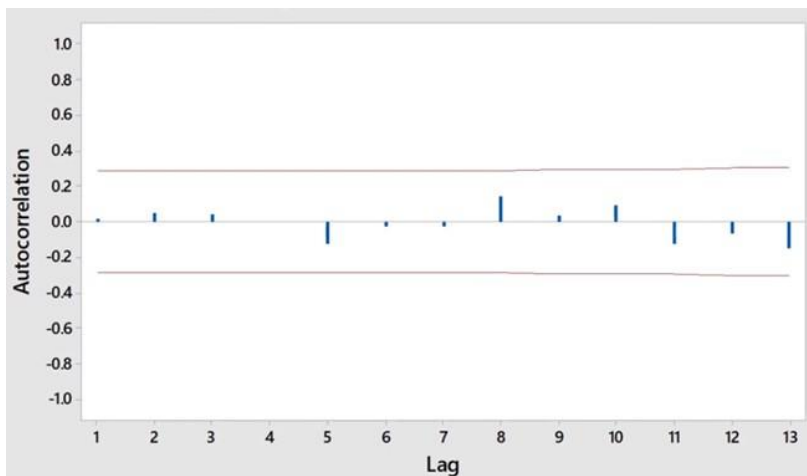


Figura 33: Función de autocorrelación de errores (5% de significancia).

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=cwwOfz7rsxc>

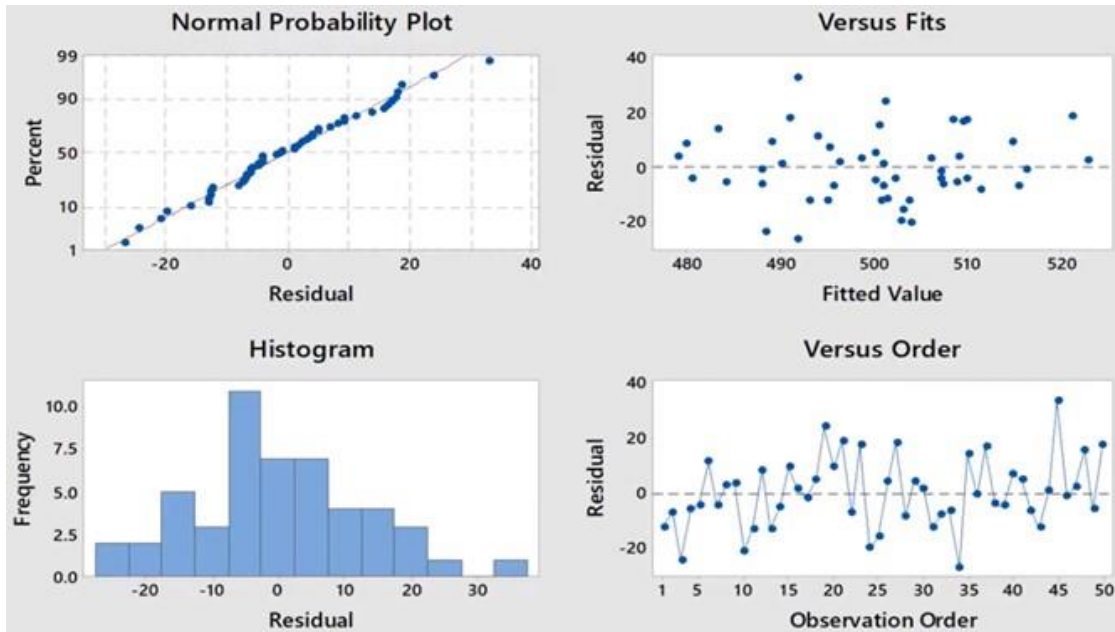


Figura 34: Análisis de residuales.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(20 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. [https:// www.youtube.com/watch?v=cwwOfz7rsxc](https://www.youtube.com/watch?v=cwwOfz7rsxc)

Conforme al análisis de residuales se puede concluir que se ajustan bien a la distribución normal, la amplitud de la dispersión se aprecia constante y conforme a la función de autocorrelación de residuales ningún retardo en los errores se encuentra rebasando los límites, concluyendo que el modelo MA(2) desarrollado es muy bueno para la predicción.

Modelo ARMA(p,q).

Existen modelos que hacen uso de los recientemente descritos (AR y MA) al mismo tiempo, en este caso, el modelo de predicción necesitará un número p de valores anteriores y un número q de valores de errores o residuales anteriores para calcular la variable independiente y_t . Para estos casos se mantiene el supuesto de datos estacionarios y homocedasticidad en los errores.

La representación será la siguiente:

$$y_t = (\beta_0 + \varepsilon_t) + (\beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} \dots + \beta_p y_{t-p}) + (\theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \theta_3 \varepsilon_{t-3} \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q})$$

En este caso, un grupo de datos se considera que se puede aproximar a un modelo

ARMA(p,q) cuando se cumplen las siguientes condiciones en ellos:

- 1) La función de autocorrelación parcial cae suavemente o presenta comportamiento cíclico y
- 2) La función de autocorrelación cae suavemente o presenta comportamiento cíclico

Los valores de p y q no son obvios, por lo que se sugiere sean calculados con pruebas sucesivas.

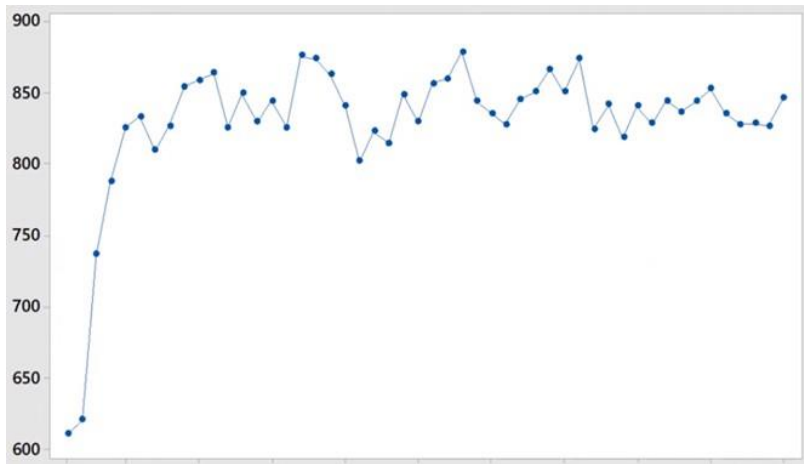


Figura 35: Ejemplo de Modelo ARMA, datos origen.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=d7t51BbWsp0&t=38s>

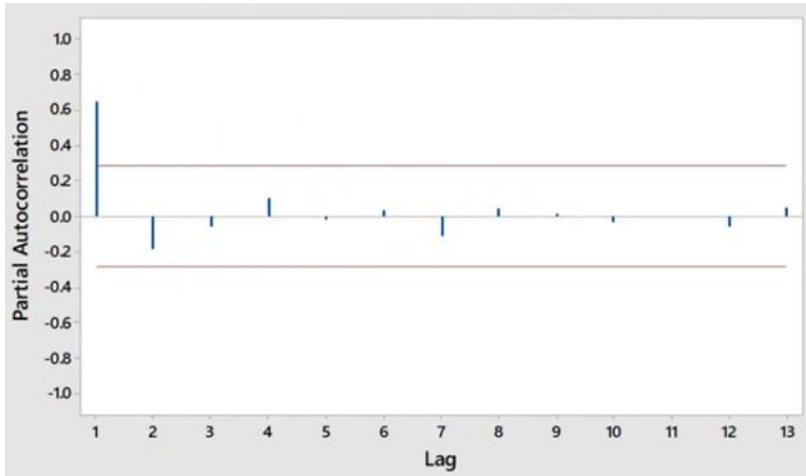


Figura 36: Función de autocorrelación parcial de los datos (5% de significancia).
Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=d7t51BbWsp0&t=38s>

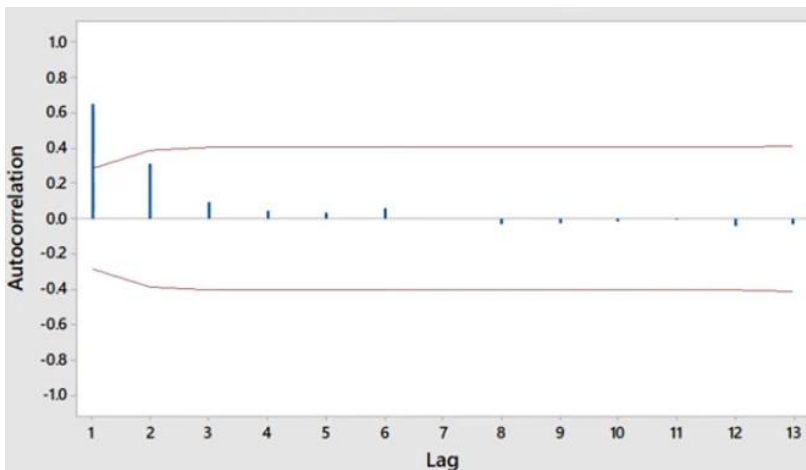


Figura 37: Función de autocorrelación de los datos (5% de significancia).
Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=d7t51BbWsp0&t=38s>

Derivado del análisis de autocorrelación y autocorrelación parcial se sugiere aproximar a un modelo ARAMA. Para este ejemplo se ilustrará un modelo ARMA (2,2), sin menoscabo de que se pueda analizar cualquier otro variando los valores de los parámetros p y q para lograr

un modelo óptimo luego del análisis de residuales. Se solicita entonces una aproximación a un modelo ARMA(2,2) y el resultado es el siguiente:

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
AR 1	0.499	0.152	3.29	0.002
AR 2	0.313	0.142	2.21	0.032
MA 1	-0.6775	0.0704	-9.62	0.000
MA 2	-0.8971	0.0635	-14.13	0.000
Constant	151.06	7.87	19.21	0.000
Mean	804.3	41.9		

Figura 38: Reporte final de estimación de parámetros para Modelo ARMA(2,2).

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=d7t51BbWsp0&t=38s>

$$y_t = 151.06 + 0.499 y_{t-1} + 0.313 y_{t-2} + 0.6775 \varepsilon_{t-1} + 0.8971 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

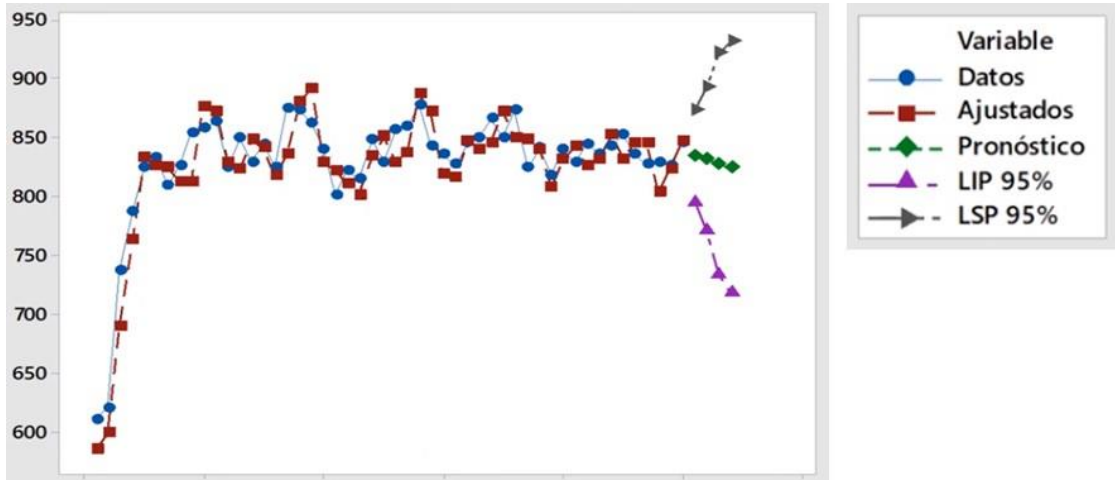


Figura 39: Ejemplo de Modelo ARMA(2,2), ajuste.

MAPE=1.9982; MAD=16.3296; MSD=372.8074.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=d7t51BbWsp0&t=38s>

Para el análisis de residuales tenemos entonces:

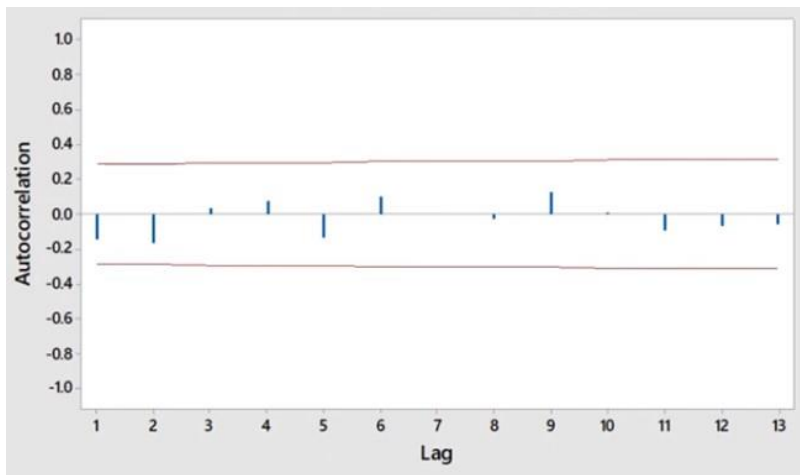


Figura 40: Función de autocorrelación de errores (5% de significancia).

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=d7t51BbWsp0&t=38s>

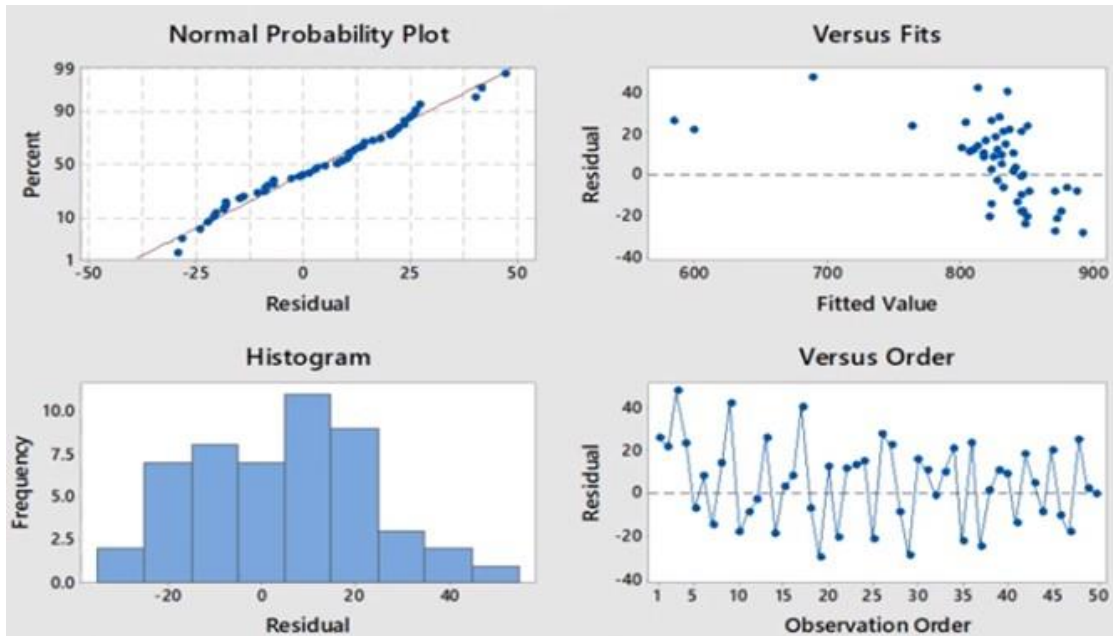


Figura 41: Análisis de residuales.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística. (21 de mayo, 2021). Dr. José G. Ríos Alejandro. Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=d7t51BbWsp0&t=38s>

Se concluye que el modelo ARMA(2,2) se ajusta razonablemente bien a los datos, además de que la gráfica de ajuste a la normal nos indica que los errores cumplen con la premisa de normalidad y la gráfica de residuales indica amplitud estable (con un mínimo de puntos sueltos) y, por lo tanto, varianza constante. Finalmente, la función de autocorrelación de residuales muestra que todos cumplen con la premisa de independencia.

Modelo ARIMA(p,d,q).

Los modelos ARIMA (Autorregresivo Integrado de Media Móvil), desarrollados a fines de la década de 1960. Se atribuye a George E. P. Box y a Gwilym Jenkins su estandarización. Se utilizan para aproximar a series de datos no estacionarios. La idea para lograr la aproximación radica en aplicar una transformación matemática para hacerla estacionaria y

esos valores transformados se ajustan a un modelo tipo ARMA. La transformación se realiza por medio de diferencias (d) entre los valores originales de la serie de datos hasta lograr una serie estacionaria, el valor d representa el orden de las diferencias aplicadas. Ejemplo a continuación:

Tabla 4: Serie y no estacionaria/¹

y	1ra diferencia	2da diferencia
3		
6	3	
7	1	-2
5	-2	-3
10	5	7
15	5	0
25	10	5
33	8	-2
31	-2	-10
44	13	15
58	14	1
69	11	-3
73	4	-7
99	26	22
101	2	-24
80	-21	-23
125	45	66
144	19	-26

^{1/} Ejemplo

Fuente: Construcción propia.



Figura 42: Serie no estacionaria, 1ra y 2da diferencias.

Fuente: Construcción propia.

Por lo antes expuesto, el modelo ARIMA (p,d,q) a desarrollar será un modelo ARMA (p,q) con datos a los que se les aplicó una diferencia de orden d.

Para ejemplificar se muestra a continuación un ejercicio.



Figura 43: Ejemplo de Modelo ARIMA, datos origen.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=U8gOgzSW5Ss&t=40s>

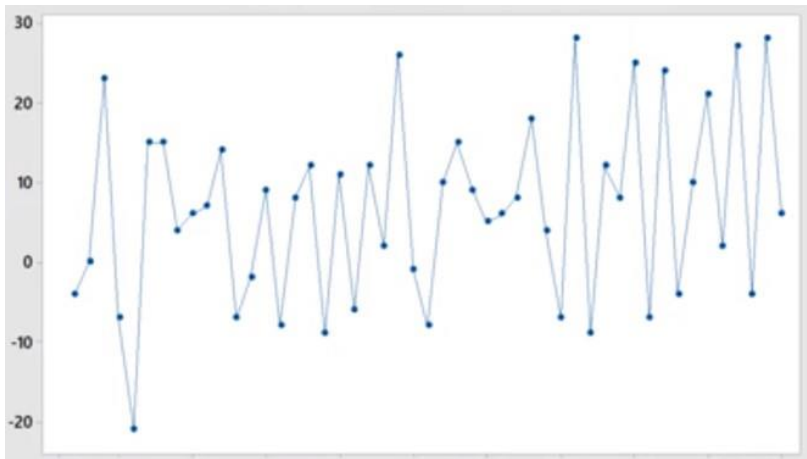


Figura 44: Ejemplo de Modelo ARIMA, diferencias grado 1.

Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=U8gOgzSW5Ss&t=40s>

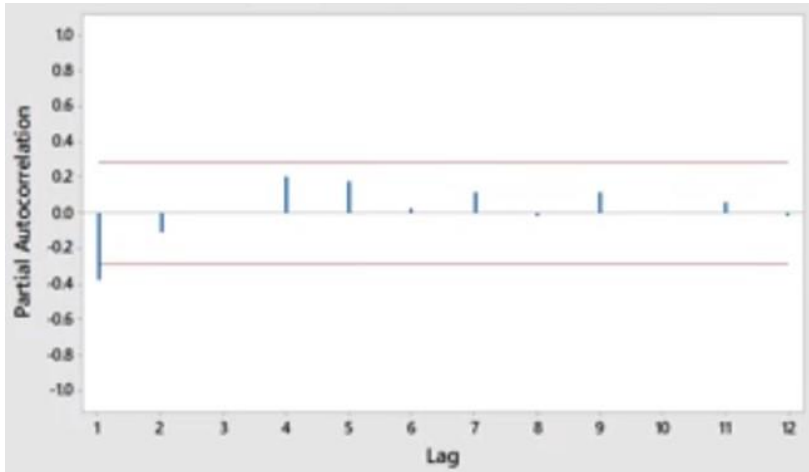


Figura 45: Función de autocorrelación parcial de la diferencia grado 1 (5% de sig.).
Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
Youtube. [https:// www.youtube.com/watch?v=U8gOgzSW5Ss&t=40s](https://www.youtube.com/watch?v=U8gOgzSW5Ss&t=40s)

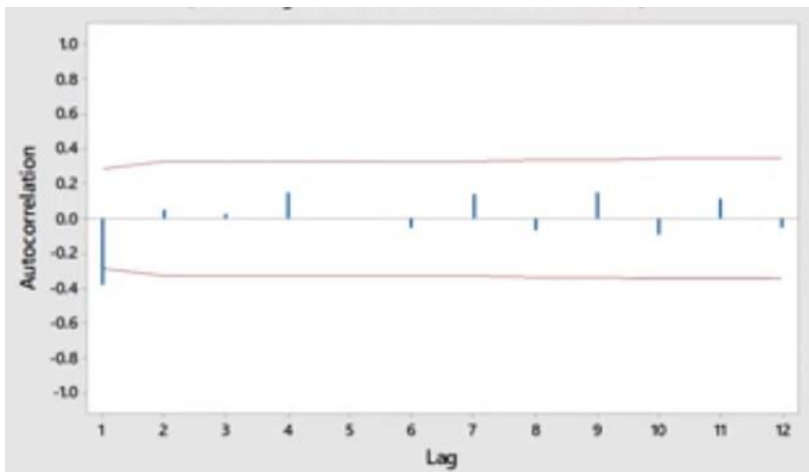


Figura 46: Función de autocorrelación de la diferencia grado 1 (5% de significancia).
Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
Youtube. [https:// www.youtube.com/watch?v=U8gOgzSW5Ss&t=40s](https://www.youtube.com/watch?v=U8gOgzSW5Ss&t=40s)

Debido a que las diferencias de grado 1 se aprecian estacionarias, se determina que el parámetro d del modelo será 1 y luego de analizar los datos de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de las diferencias grado 1, se observa que ambos se reducen gradualmente, se concluye entonces que podemos aproximar a un modelo ARMA.

Para este ejemplo se procede a solicitar un modelo ARIMA (1,1,1), en la práctica, según se comentó anteriormente, debemos probar varias combinaciones de modelos ARIMA con $d=1$ para determinar los parámetros p y q .

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
AR 1	-0.212	0.365	-0.58	0.564
MA 1	0.215	0.369	0.58	0.562
Constant	8.13	1.22	6.64	0.000

Differencing: 1 regular difference

Figura 47: Reporte final de estimación de parámetros p , q para Modelo ARIMA.
 Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
 Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=U8gOgzSW5Ss&t=40s>

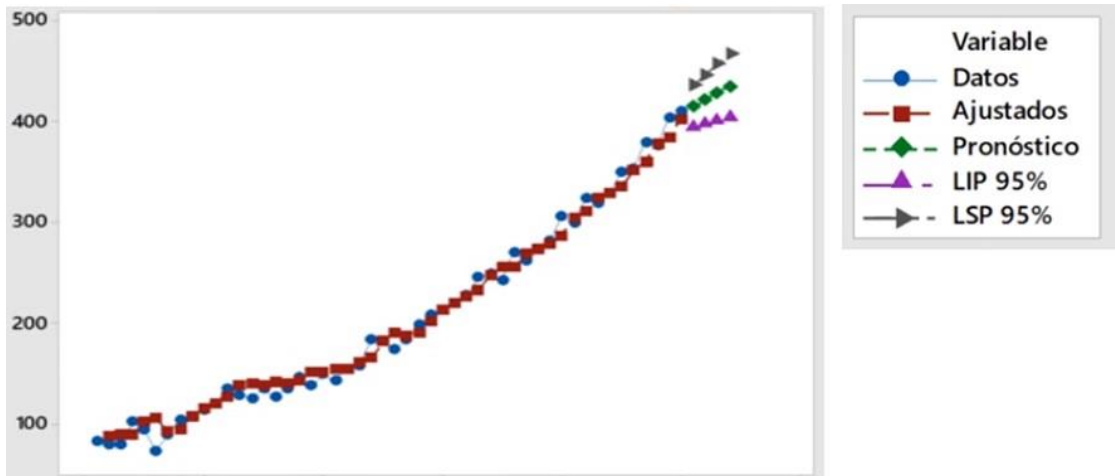


Figura 48: Ejemplo de Modelo ARIMA(1,1,1), ajuste.
 MAPE=5.1810; MAD=7.9992; MSD=111.6592.
 Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
 Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=U8gOgzSW5Ss&t=40s>

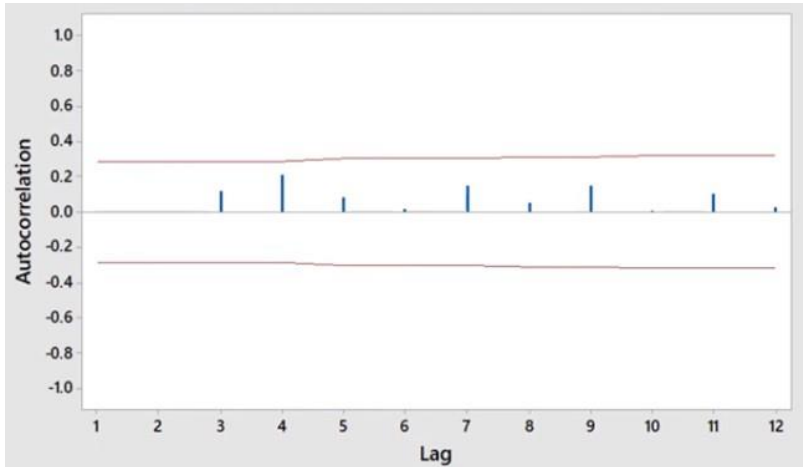


Figura 49: Función de autocorrelación de errores (5% de significancia).
Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=U8gOgzSW5Ss&t=40s>

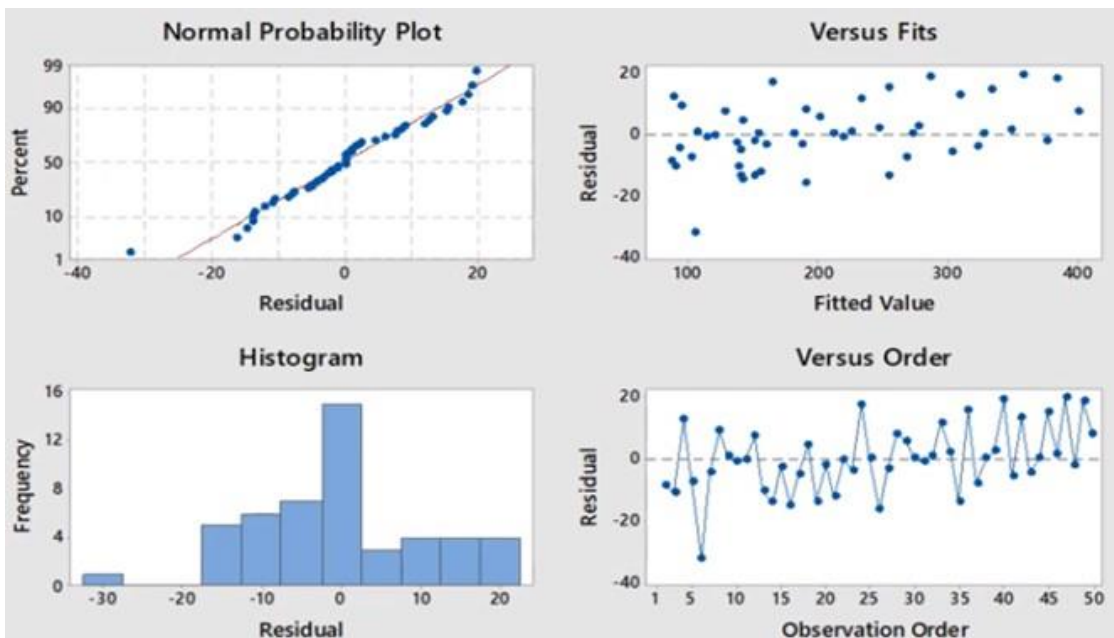


Figura 50: Análisis de residuales.
Fuente: Canal Aprendiendo Estadística.(21 de mayo, 2021).Dr. José G. Rios Alejandro.Archivo de video.
Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=U8gOgzSW5Ss&t=40s>

Con el ejemplo desarrollado, el modelo ARIMA(1,1,1) se ajusta razonablemente bien a los datos, además la gráfica de ajuste a la normal nos indica normalidad en los errores y la gráfica

de residuales indica varianza constante. La función de autocorrelación de residuales muestra que todos cumplen con la premisa de independencia.

Modelo Browniano.

Robert Brown, médico, cirujano y botánico escocés, descubrió las bases del modelo de predicción que lleva su nombre en 1827, derivado de las observaciones del movimiento de los granos de polen en el agua. El modelo para activos financieros fue desarrollado por Louis Bachelier en 1900 en su tesis de doctorado llamada “La Teoría de la Especulación”, sin embargo, este trabajo no fue comprendido hasta que Norbert Wiener, estableció matemáticamente el concepto.

El movimiento browniano se construye a partir de una caminata aleatoria simétrica discreta que luego se escala a un valor determinado por la amplitud de la variable y , con base en el Teorema Central del Límite, la diferencial del movimiento se utiliza para modelar la aleatoriedad y por ello se puede decir que el movimiento browniano tiene las siguientes características y definiciones:

- 1) Se considera que el valor de la función que describe el movimiento en tiempo 0 es igual a 0: $W(t)=0$ cuando $t=0$,
- 2) La distribución de probabilidad para el valor de la función $W(t)$, es normal y tiene media 0 y varianza t : $N(0,t)$,
- 3) Los incrementos W_t-W_s también están distribuidos normalmente con media 0 y varianza $t-s$ para $(0<s<t)$,
- 4) El proceso browniano tiene incrementos estacionarios e independientes

- a. Por incrementos estacionarios se entiende $W_{t_2}-W_{t_1}$ tiene la misma distribución que $W_{t_2+a}-W_{t_1+a}$: $N(0, t_2-t_1)$,
 - b. Por incrementos independientes se define que para cualquier $t_0 < t_1 < t_2 < t_3 \dots < t_n$, las $W_{t_1}-W_{t_0}$, $W_{t_3}-W_{t_2} \dots W_{t_n}-W_{t_{n-1}}$, serán independientes,
- 5) La covarianza de $W(t)$ y $W(s)$, será el valor mínimo entre t y s ,
 - 6) Se considera un proceso de Markov, por lo tanto el pasado es irrelevante para el siguiente movimiento,
 - 7) El movimiento browniano es un Martingale, por lo tanto el valor esperado del siguiente movimiento es justamente el valor de la función en el tiempo presente:
 $E[W(t+s)|F(t)] = W(t)$,
 - 8) Tiene la propiedad de ser una función continua, pero no es diferenciable en ningún punto, esto quiere decir que aunque la función no es discontinua, no es posible encontrar un punto exacto de ella, ya que el movimiento es una función de probabilidad,
 - 9) Corresponde al comportamiento de un fractal.

A continuación (figura 51), se presentan tres modelos definidos para distintas variables obtenidos por medio del software Decision Tools Suite Industrial, que será utilizado en adelante para el desarrollo del presente trabajo.

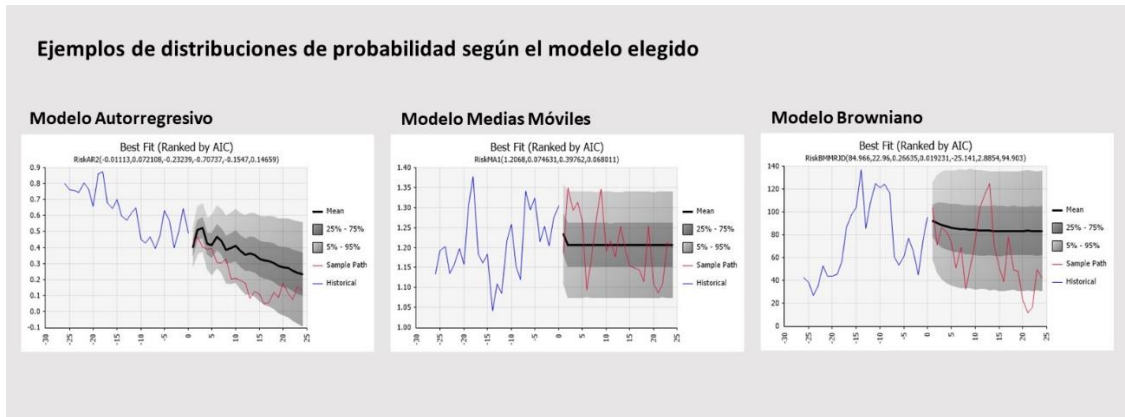


Figura 51: Ejemplos de distribuciones de probabilidad de los modelos para predicción de variables estocásticas.

Fuente: @Risk y construcción propia.

Teoría de Simulación Montecarlo, modelo, elementos y características.

La Simulación Montecarlo es un método desarrollado por los matemáticos Stanislaw Ulam y John von Neumann, por medio del cual se pretende medir cuantitativamente el riesgo inherente de un proceso, derivado de las variables estocásticas de entrada (con incertidumbre en sus valores), para tomar la información de salida que considerará la incertidumbre inherente, como base de la decisión correspondiente al proceso.

La metodología se basa en repetir ejemplos de las variables estocásticas de entrada, calculados con base en sus distribuciones de probabilidad y, evaluar cada uno de estos ejemplos en el modelo desarrollado para tal fin, obteniendo variables de salida con diferentes valores para cada ejemplo o iteración, repitiendo las iteraciones y explorando así el comportamiento del sistema.

Para poder desarrollar la Simulación Montecarlo se requieren los siguientes elementos:

- a) Variables estocásticas de entrada y su distribución de probabilidad definida,

- b) Variables deterministas, son las determinadas previamente y, por lo tanto, no presentan una distribución de probabilidad,
- c) Variables de salida y,
- d) El modelo de predicción.

Para el caso que nos ocupa el modelo de predicción se refiere al modelo económico que simula la operación de la refinería, las variables estocásticas son los precios de los insumos y productos calculados por medio de series de tiempo, las variables determinísticas son los volúmenes, inversiones, gastos fijos y precios que se consideran fuera de riesgo. Finalmente, las variables de salida están dadas por las métricas de la distribución de probabilidad obtenida como resultado de la simulación.

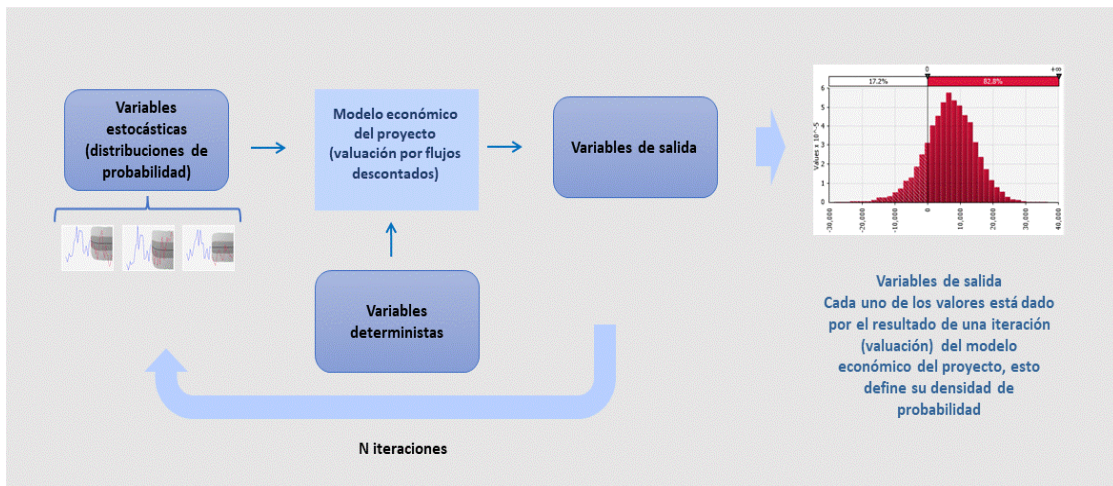


Figura 52: Simulación Montecarlo.
Fuente: Construcción propia.

Capítulo 3: Metodología de predicción, simulación e interpretación.

Ajuste de precios a series de tiempo.

Los datos de los precios, considerados como las variables estocásticas, serán probados para determinar la factibilidad de ser utilizados como series de tiempo por medio del método de rachas en StatTools de la herramienta Decision Tools Suite, que determina la aleatoriedad de los datos. En caso de concluir que la serie no es aleatoria, se podrá ajustar a los modelos definidos de series de tiempo para obtener los datos prospectivos.

Las series de tiempo se definen como conjuntos de datos obtenidos en un periodo de tiempo a intervalos regulares, que no presentan aleatoriedad y que se componen de varios elementos que definen su valor. Los componentes más importantes de una serie de tiempo son tendencia, estacionalidad, variación cíclica y variación irregular (también llamada error, capítulo 2).

Selección del modelo de predicción.

Los modelos a utilizar para la predicción se determinarán por medio de la herramienta @Risk, que es parte del software Decision Tools Suite, tomando como base la información histórica disponible y ajustando a los modelos autorregresivos, de medias móviles y de movimiento browniano, para elegir entre ellos el mejor ajuste disponible por medio del criterio Akaike de selección. La experiencia ha indicado que con este criterio se han obtenido aproximaciones más razonables que con el Bayesiano, sin embargo, la herramienta da la flexibilidad de utilizar cualquiera de ellos, asimismo, los criterios son relativos, ya que para

modelos de la complejidad de los utilizados no se han desarrollado métodos absolutos de selección.

La teoría respecto a la elección del modelo versa sobre la idea de que la verosimilitud se incrementa al añadir parámetros, pero esta situación también puede resultar en un sobre ajuste. Los procedimientos Akaike y Bayesiano, funcionan con base en esta idea y se obtienen a partir de la suma de los cuadrados de los residuos y de un factor que penaliza la inclusión de parámetros.

Supuestos por los cuales se utilizan los Criterios de Información, ya sea Akaike o Bayesiano:

- Cuando el análisis es exploratorio, ya que hay una variedad de modelos de predicción posibles,
- No se sabe de antemano cuál es el modelo más preciso,
- La distribución a la cual aproximar el modelo no es conocida o es inexistente, esto impide que se utilicen pruebas de bondad de ajuste como χ^2 cuadrada, Anderson-Darling, Kolmogorov-Smirnov,
- Cuando no es posible utilizar el coeficiente de determinación (coeficiente de correlación al cuadrado $-R^2-$) para comparar la bondad de ajuste de los modelos, ya que al añadir variables el parámetro simplemente aumentará,
- Cuando tenemos modelos complejos y difíciles de interpretar,
- Al no poder plantear una hipótesis nula $-H_0-$, en su lugar debemos preguntar ¿a cuál hipótesis (modelo) los datos otorgan mayor soporte empírico?

Criterio de Información Akaike (AIC, por sus siglas en inglés).

Se realiza una estimación de la información perdida al utilizar determinado modelo para ajustar los datos disponibles. Se dice que se basa en la entropía de la información.

La fórmula general del criterio.

$$AIC = 2k - 2\ln(L)$$

Siendo k el número de parámetros en el modelo estadístico y L el valor máximo de la función de verosimilitud.

Cuando el tamaño de la muestra es finito se utiliza la siguiente corrección.

$$AICc = AIC + \frac{2k^2 + 2k}{n - k - 1}$$

Siendo n el tamaño de la muestra.

Criterio de Información Bayesiano (BIC, por sus siglas en inglés).

Se considera el mismo principio que el AIC, pero con la diferencia de incluir un término de penalización mayor, la fórmula general es la siguiente.

$$BIC = k \ln(n) - 2\ln(L)$$

Siendo k el número de parámetros en el modelo estadístico y L el valor máximo de la función de verosimilitud.

Cuando se utilizan mínimos cuadrados para su cálculo, se expresa de la siguiente manera.

$$BIC = k \log(n) + \log(SCR/n)$$

Siendo n el tamaño de la muestra y SCR suma del cuadrado de los residuos.

De los modelos que se probarán, se elegirá el que tenga un menor AIC y menor BIC en primera y segunda instancia, respectivamente.

Una vez determinados los modelos de predicción para cada serie de datos de precio, se procederá a realizar simulaciones con ellos, para obtener los parámetros estadísticos de salida del modelo de evaluación construido en Excel.

Simulación.

Para la Simulación Montecarlo se utilizará la herramienta @Risk, la cual posee un poderoso motor de cálculo. Este procedimiento se basa en generar corridas con los modelos utilizados para cada variable estocástica (principales precios en este caso) y con ello determinar una curva de probabilidad para la variable de salida.

VARIABLES ESTOCÁSTICAS, COMPORTAMIENTO, APROXIMACIÓN A SERIES DE TIEMPO Y DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD.

Si se cumple que las observaciones históricas de las variables se encuentran equidistantes en tiempo y se puede probar el supuesto de no aleatoriedad de los datos, se puede suponer una posible aproximación a pronóstico prospectivo por medio de series de tiempo, esto es que, los valores observados de la variable pueden determinar el comportamiento futuro de la misma, en caso contrario los valores de la variable serían determinados por aleatoriedad.

Para determinar la aleatoriedad se realiza la prueba de rachas y en caso de obtener evidencia de no aleatoriedad, se procederá a calcular las distribuciones de probabilidad por medio de la teoría de series de tiempo.

En su expresión básica la serie de tiempo se construye con la premisa de que varios parámetros, basados en la historia, nos indicarán la manera futura de comportarse de la variable, comenzando por determinar la tendencia de la serie, equivalente a realizar la regresión lineal de los datos disponibles y obteniendo la pendiente de la recta, valor que constituye el primer parámetro de la serie de tiempo, comúnmente llamado *tendencia secular*.

El segundo parámetro será determinado por la variación respecto a la tendencia secular en periodos menores a un año, por lo cual se denomina *variación estacional*.

Si la serie presenta variaciones al alza y a la baja por periodos que se mantienen por más de un año, esta variación será llamada *variación cíclica*.

Por último, eliminando la tendencia secular, la variación estacional y la variación cíclica, el componente restante se considera derivado de factores de corto plazo, imprevisibles y recurrentes, por lo que algunos autores le denominan error y otros le llaman *variación irregular*.

Siempre se podrán añadir parámetros particulares que ayuden a definir el comportamiento de la serie de tiempo, sin embargo, se ha observado que, a mayor número de parámetros descriptivos, la precisión del modelo puede resultar en un sobre ajuste, por ello se buscará desarrollar modelos de predicción para cada variable que cumplan con los criterios AIC y/o BIC antes mencionados, situación explicada previamente en el capítulo 3, apartado “Selección del modelo de predicción” de la página 61.

Asimismo, para las aproximaciones a modelos descriptivos, se utilizan técnicas más complejas como el cálculo de media móvil (MA), autorregresivos (AR), la combinación de ambos anteriores denominados ARMA, etc. analizados en el capítulo 2

Los modelos de predicción a los que se aproximarán las variables estocásticas serán los disponibles en el acervo del software utilizado para tal fin, @Risk, y que por su efectividad y precisión son los que describirán el comportamiento y la distribución de probabilidad de cada variable estocástica.

Curva de probabilidad.

Realizada la simulación se determinará una curva de probabilidad para la variable de salida, el VPN en este caso, y se observarán las medidas estadísticas más importantes que son: media, desviación estándar y percentiles.

La curva de probabilidad nos da la posibilidad de ocurrencia de las diferentes salidas de la simulación realizada. Es la descripción gráfica de las simulaciones de la variable de salida, para la cual se obtienen las medidas estadísticas correspondientes.

Media:

Es la medida de tendencia central que nos representa el promedio aritmético de los datos, se define como sigue.

$$\overline{VPN} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n VPN_i$$

También es conocida como Esperanza Matemática.

$$E(VPN) = \mu$$

Desviación estándar (σ):

Se define como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las diferencias entre el valor esperado y el valor obtenido, dividido entre el número de observaciones.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{1}^n (VPN - E(VPN))^2}$$

Para una función continua.

$$\sigma = \sqrt{\int_1^n (vpn - \mu)^2 p(vpn) d(vpn)}$$

El percentil:

Se define como una medida de posición que indica, una vez ordenados los datos de menor a mayor, el valor de la variable por debajo del cual se encuentra un porcentaje dado de observaciones en el grupo.

Interpretación económica.

La interpretación de dichas variables cobra importancia, ya que se trata de los principales indicadores de los resultados de las simulaciones. En este caso el indicador principal será el VPN, por lo tanto, tendremos:

- Media: Es el valor más probable (valor esperado) que se obtendrá del VPN en las circunstancias simuladas.
- La desviación estándar: Representa el grado de dispersión de los datos que el VPN tendrá en la simulación en curso.
- Percentil: Se buscará el percentil que atrape todos los datos de VPN simulados por debajo de 0, así representará la probabilidad de que el VPN de la simulación sea negativo, dicho de otro modo, la probabilidad de éxito del proyecto será 1-percentil $VPN \leq 0$).

Capítulo 4. Construcción del modelo determinístico, premisas volumétricas, económicas y precios.

Construcción y premisas volumétricas.

Se realiza el modelo de la refinería en Excel, considerando como insumos los crudos Istmo y Maya, como productos de mezcla (para dar la calidad necesaria a gasolinas) el Metil Terbutil Ether (MTBE), Isobutano y Metanol (Alcohol metílico). Finalmente, los productos terminados serán Gasolina Regular (Magna), Gasolina Premium, Diésel UBA (Ultra Bajo Azufre), Combustóleo, LPG (Gas Licuado), Propileno, Asfalto, Azufre y Coque. Esta configuración es una de las típicas de una refinería con tecnología de coquización.

El modelo considera dos casos, el base con la refinería operando según lo calculado y con proyecto considerando la inversión para ampliar la capacidad de coquización y obtener así una composición con más productos de alto valor y menos de combustóleo.

La volumetría utilizada en el modelo se obtiene de la página de la Energy Information Administration de los Estados Unidos de Norteamérica, www.eia.gov, considerando que las eficiencias promedio en 2022 corresponden a las eficiencias que se pretende alcanzar con el proyecto de incremento en la capacidad de coquización (Anexo A).

Los volúmenes se calcularon a partir de la composición (yield) reportada con las siguientes consideraciones:

- La ganancia volumétrica se calcula menor (5.0 en lugar de 6.2), ya que las refinerías mexicanas no logran los rendimientos de las estadounidenses,

- Se incluye Azufre (proporción 1 a 23 con el coque), ya que los crudos mexicanos son amargos,
- Se divide la gasolina en regular y premium en proporción de 1 a 6, por ser la aproximada a las históricas observadas en las refinerías con tecnología de coquización,
- Los líquidos denominados hydrocarbon gas liquids se incluyen en el Diesel, ya que los crudos pesados reportan ese comportamiento,
- El Jet Fuel (Turbosina) se suma al diésel por la configuración propia de la refinería.

Una vez determinado el escenario con proyecto, se procede a definir el escenario base, sin la ampliación de la capacidad de coquización, con las siguientes premisas:

- Se reducen las eficiencias en 10% (gasolinas, diésel y turbosina),
- El gas, propileno, asfalto y azufre se mantienen igual, ya que no se ven modificados por el proyecto,
- El coque se reduce al 90%, ya que el proyecto de coquización se refiere a la conversión de combustóleo en coque y destilados de alto valor,
- El combustóleo se incrementa en la medida que se disminuyen los rendimientos de los destilados de alto valor y el coque.

Los datos volumétricos obtenidos se cargan en el modelo con la premisa de que la construcción del proyecto lleva un año y medio y el incremento en la capacidad de coquización opera a partir del 2025.

Tabla 5: Volúmenes de insumos y productos para el modelo^{1/2}

	Caso base	Caso base + proyecto
Petróleo crudo		
Istmo (ligero)	120,000.0	120,000.0
Maya (pesado)	120,000.0	120,000.0
Insumos para mezcla		
Isobutano	1,500.4	1,667.1
Metanol	1,000.3	1,111.4
MTBE	3,000.8	3,334.2
Productos finales		
Gasolina Premium	14,289.4	15,877.1
Gasolina Regular (Magna)	85,736.6	95,262.9
Diesel (UBA) ³	97,200.0	108,000.0
Combustóleo pesado	36,400.0	3,740.0
LPG ⁴	9,800.0	9,800.0
Propileno	1,900.0	1,900.0
Asfalto	5,040.0	5,040.0
Azufre (toneladas/día)	519.1	519.1
Coque (toneladas/día)	1,194.0	11,940.0
Total líquidos	250,336.0	239,620.0
Total sólidos (toneladas/día)	1,713.1	12,459.1
Servicios Auxiliares⁵		
Agua (Mm3/d)	16.0	16.0
Electricidad (MW/h)	130.0	130.0
Hidrógeno (1000scfd)	84,000.0	84,000.0

^{1/} Datos calculados a partir de la EIA de los Estados Unidos de Norteamérica, www.eia.gov.

^{2/} Volúmenes en miles de barriles día a menos que se especifique lo contrario.

^{3/} Ultrabajo Azufre.

^{4/} Gas licuado.

^{5/} Mm3/d= Miles de metros cúbicos diarios; MW/h=Mega Watt hora; 1000scfd=miles de pies cúbicos diarios.

Las últimas premisas volumétricas son las siguientes:

- Se calcula un consumo de 1.5% de isobutano, 1% de metanol y 3% de MTBE con relación al volumen de gasolinas producidas,
- El gas combustible y el vapor se autogeneran,

- Para una refinería de esa capacidad, se consideran un consumo de 16 Mm³ por día de agua y 130 MW/h de energía eléctrica,
- Para las plantas coquizadoras se requiere hidrógeno, calculado en 84,000,000 de pies cúbicos diarios.

Premisas Económicas, caso base.

Para la operación de la refinería se requiere pagar el salario del personal (servicios personales), mantenimiento de operación, insumos adicionales a la materia prima (químicos y catalizadores), servicios corporativos como telecomunicaciones, administración, finanzas, etc. y el pago de las pensiones correspondientes, además se debe considerar la inversión capitalizable para el mantenimiento de la infraestructura. Estos rubros se desglosan a continuación:

- La inversión (Anexo B) como Capex (Inversión capitalizable) se considera de 100 MMUSD anuales, para el mantenimiento de la capacidad de proceso de 240 Mbd,
- Se consideran 3,500 MMUSD como valor del activo existente,
- El gasto de operación (no capitalizable) se integra por diversos rubros y suma un total de 273 MMUSD anuales, Tabla 6 anexa,
- Para este proyecto no se incluirá el valor terminal.

Tabla 6: Supuestos para gastos de operación/¹

Concepto	Monto
Servicios personales	120.0
Mantenimiento de operación	50.0
Químicos y catalizadores	30.0
Servicios corporativos	63.0
Pensiones	10.0

^{1/} Datos en millones de dólares norteamericanos.

Premisas Económicas, caso base + proyecto.

Para lograr la conversión de combustóleo pesado en combustibles de alto valor se requiere, además de mantener operando la refinería, una inversión para desarrollar el proyecto de ampliación de la capacidad de coquización que consiste en:

- La inversión para la ampliación de la Coquizadora calculada en 520 MMUSD a erogar en dos años, 2023 y 2024 (50% cada uno),
- 8 MMUSD anuales adicionales como Capex para mantenimiento del proyecto de ampliación de la Coquizadora.

Precios.

Si bien los precios se pueden considerar como parte de las premisas económicas, se tratan por separado derivado de la relevancia que tienen para el desarrollo de este proyecto. Los precios se toman de la página de la Energy Information Administration de los Estados Unidos de Norteamérica, www.eia.gov, sin embargo, se deben hacer algunas consideraciones, ya que los precios de los crudos y productos que se modelarán no aparecen explícitamente, por lo tanto, el tratamiento individual fue el siguiente:

- Se toman directamente de la fuente los datos de la gasolina regular, diésel ultrabajo azufre y LPG,

- El precio del crudo Istmo se considera igual al del WTI (West Texas Intermediate), por ser el crudo de características más próximas,
- El precio del crudo Maya, se obtiene a partir del WTI menos la diferencia observada Istmo – Maya en los precios de exportación mexicanos (Anuario Estadístico de Pemex),
- El precio de la gasolina premium se calcula como el precio de la gasolina regular con un incremento del 10%, ya que ambos productos tienen comportamientos similares en el mercado,
- El precio del combustóleo se obtiene del 45% del precio del Heating Oil, por ser productos pesados de residuo con comportamiento similar,
- El resto de los precios se calculan constantes y se fijan con base en la experiencia, ya que no son objeto del estudio de este proyecto, Tabla 7.

Tabla 7: Precios constantes/¹

Concepto	Monto
Productos finales/²	
Propileno (USD/T)	800.0
Asfalto (USD/B1)	70.0
Azufre (USD/T)	120.0
Coque (USD/T)	6.0
Insumos para mezcla/³	
Isobutano (USD/B1)	60.0
Metanol (USD/T)	500.0
MTBE (USD/B1)	87.0
Servicios Auxiliares/⁴	
Agua (USD/m3)	1.0
Electricidad (USD/MWh)	50.0
Hidrógeno (USD/1000scfd)	2.0

¹/ Precios aproximados.²/ Derivado de que estos productos representan menos del 7% del valor de la producción de una refinería, se consideran constantes.³/ El valor de estos insumos representa menos del 3% del valor de los insumos totales, razón por la que se consideran constantes.⁴/ Por su bajo impacto, los precios de los servicios auxiliares se consideran constantes.

Capítulo 5: Escenario determinístico.

Construcción del escenario de precios prospectivos deterministas.

A falta de acceso a datos prospectivos de las consultoras especializadas, ya que sus reportes son reservados, se construyó un escenario prospectivo partiendo de los precios observados en el pasado, y derivado de que en 2005 los niveles son similares a los actuales, se supondrá que los mercados reaccionarán de manera similar en el futuro, construyendo así las series de 2023 al 2038, repitiendo los precios observados de 2005 a 2020. Para los años 2039 al 2042 se mantendrá el precio para todos los insumos y productos, repitiendo el de 2038, con la finalidad de completar un horizonte de tiempo de 20 años para realizar la evaluación (Anexo C), esto derivado de tres circunstancias; la primera proviene de las agendas internacionales para enfrentar el cambio climático en las que se estima la baja de demanda en el futuro y, por lo tanto, la tendencia de los precios a la baja; la segunda, que el horizonte de tiempo para la predicción es tan amplio que para los últimos años los precios son muy difíciles de estimar por cualquier método, prefiriendo dejar como el mejor estimado el último año calculado, 2038 para este caso y; la tercera, que los flujos calculados con los valores de los años futuros, mientras más lejanos al año de inicio, menos representativos serán, ya que el descuento implícito en la WACC será mucho mayor y los convertirá en flujos más pequeños a valor presente. Asimismo, cabe mencionar que, el mantener los últimos precios constantes en una prospección a largo plazo, es consistente con la metodología seguida por las empresas internacionales especializadas.

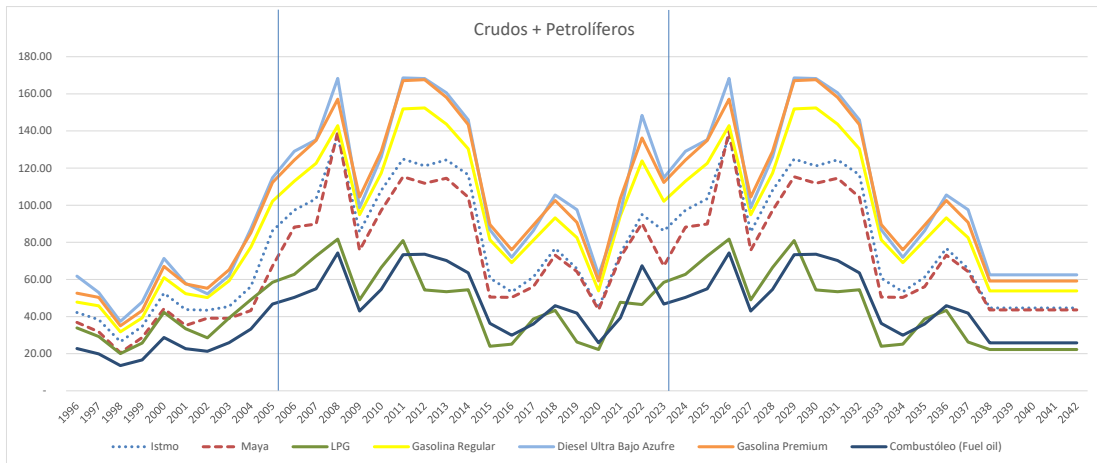


Figura 53: Precios determinísticos.

Fuente: U.S. Energy Information Administration, http://www.eia.gov/dnav/pet/pet_pri_spt_s1_d.htm; y construcción propia.

Caso base.

Se procede a correr el modelo con el caso base y el set de precios determinístico, resultando un VPN de 2,243 MMUSD y una TIR de 23.5%.



Figura 54: Carátula del Modelo de Valuación. Determinista, caso base.
Fuente: Construcción propia.

Se presentan a continuación las gráficas de los flujos de caja libre del proyecto, el margen bruto (USD por barril procesado) y el retorno sobre el capital invertido, Figuras 55, 56 y 57, respectivamente.

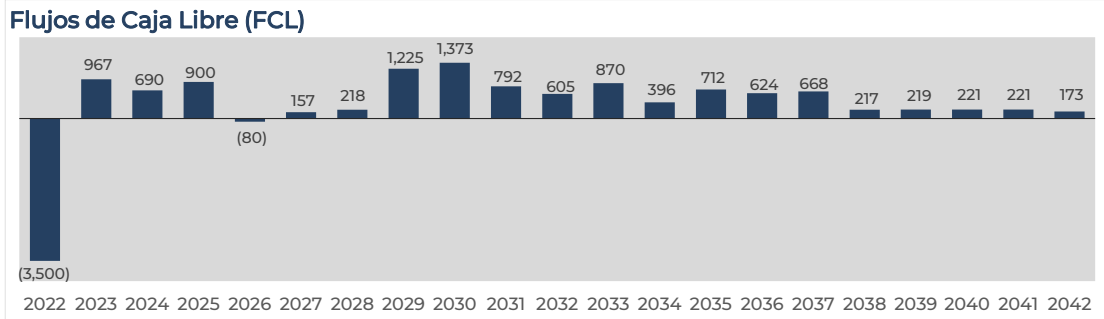


Figura 55: Flujo de Caja Libre. Valuación determinista, caso base (MMUSD).

Fuente: Construcción propia.

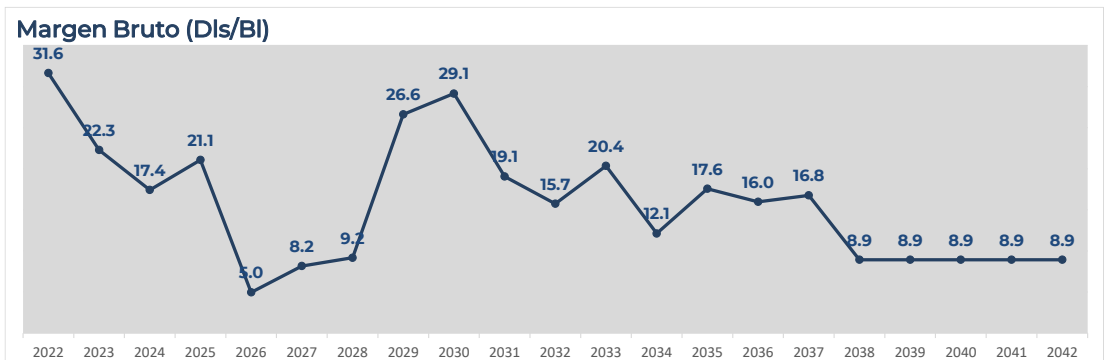


Figura 56: Margen bruto por barril procesado. Valuación determinista, caso base (USD/BI).

Fuente: Construcción propia.

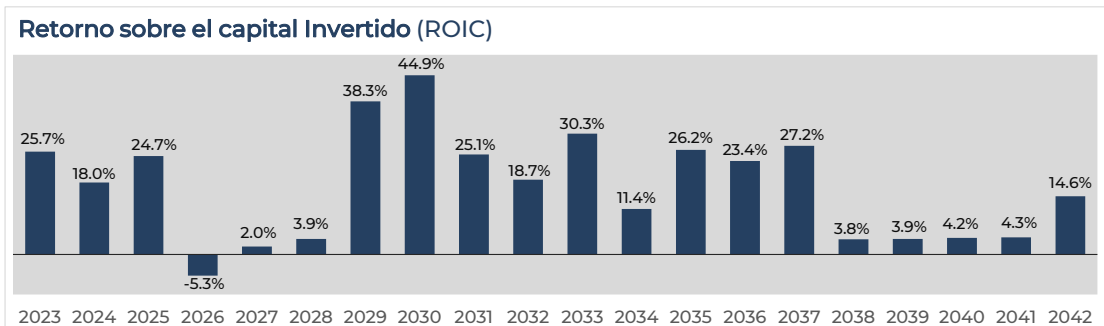


Figura 57: Retorno sobre capital invertido. Valuación determinista, caso base (%).

Fuente: Construcción propia.

Caso con proyecto.

Se corre el modelo con el caso base + proyecto y el set de precios determinístico, resultando un VPN de 3,252 MMUSD y una TIR de 24.8%.

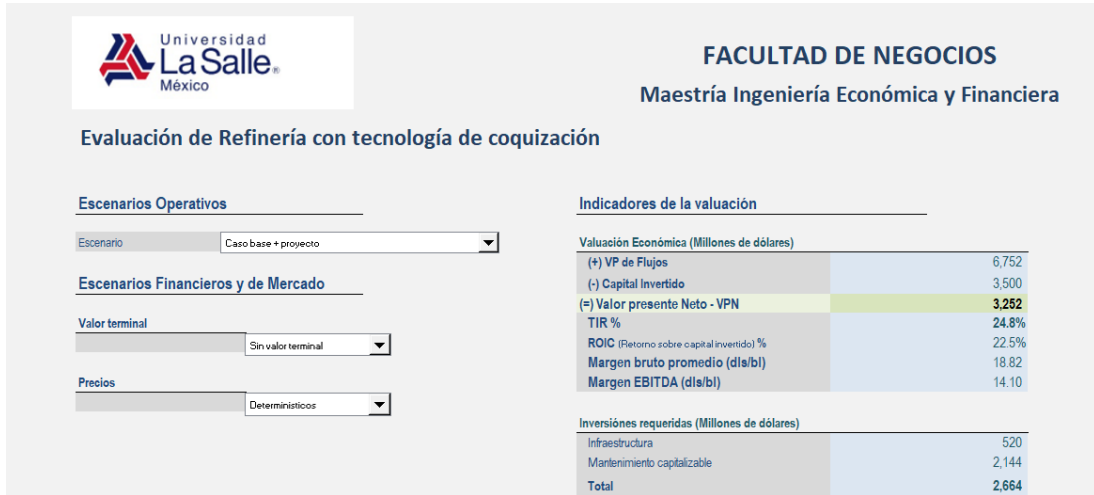


Figura 58: Carátula del Modelo de Valuación. Determinista, caso base+proyecto.
Fuente: Construcción propia.

A continuación, se observan las gráficas de los flujos de caja libre, margen bruto y retorno sobre el capital invertido, Figuras 59, 60 y 61, respectivamente.

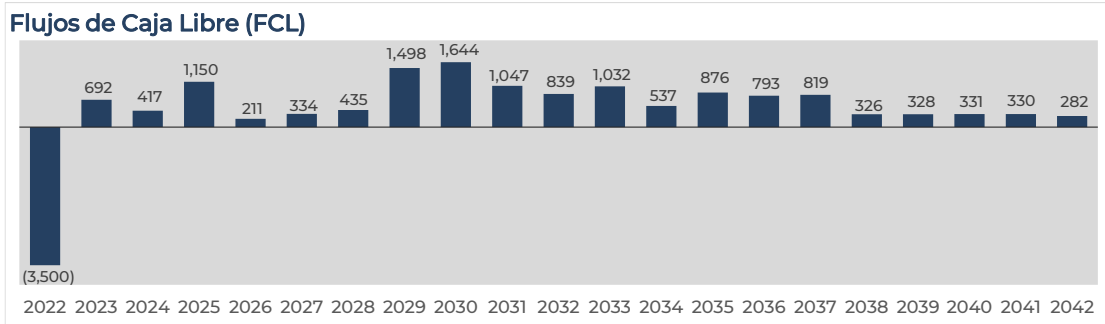


Figura 59: Flujo de Caja Libre. Valuación determinista, caso base+proyecto (MMUSD).

Fuente: Construcción propia.

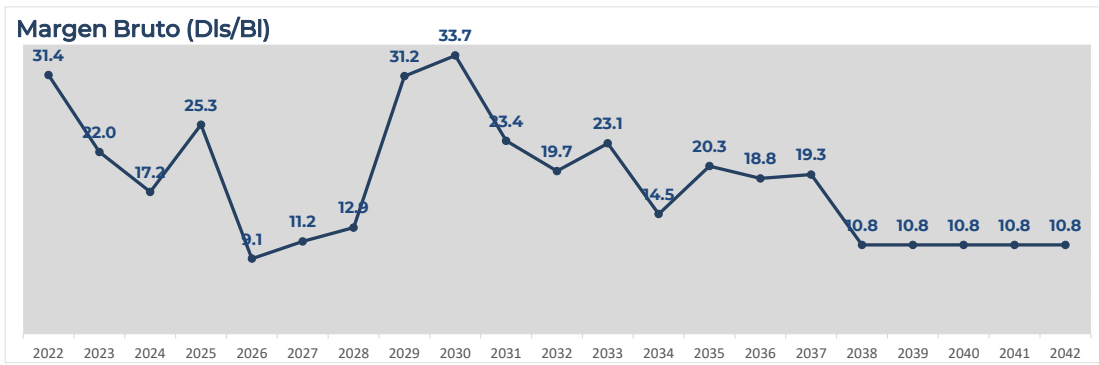


Figura 60: Margen bruto por barril procesado. Valuación determinista, caso base+proyecto (USD/Bl).

Fuente: Construcción propia.

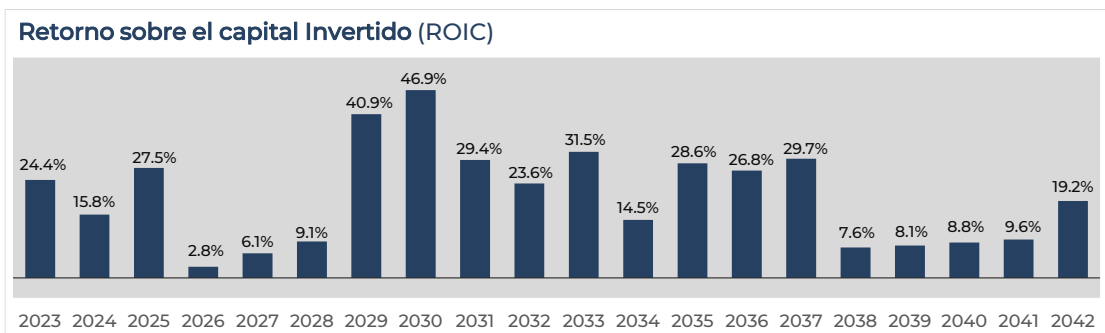


Figura 61: Retorno sobre capital invertido. Valuación determinista, caso base+proyecto (%).

Fuente: Construcción propia.

Análisis de resultados.

El diferencial de VPN es de 1,008 MMUSD.

Se concluye que el proyecto es rentable, sin embargo, en este escenario no es posible determinar una probabilidad de generación de valor ($VPN > 0$), ni tenemos más indicadores probabilísticos que nos den una idea del comportamiento del proyecto.

Capítulo 6: Escenario estocástico modelado con series de tiempo.

Para la construcción del escenario estocástico se consideran como variables probabilísticas los precios seleccionados (Crudos, Istmo y Maya, Gasolinas Regular y Premium, Diésel, Combustóleo y LPG) y se utilizan las herramientas StatTools y @Risk de la compañía Lumivero (antes Palisade).

Verificación de aleatoriedad de las variables.

La herramienta StatTools cuenta con un set completo para análisis estadístico, y aplicaciones en diversos usos, con ella se realizó la prueba de rachas para determinar la posible aleatoriedad de los datos y dado el caso, tratarlos como series de tiempo.

En esta situación, la prueba de aleatoriedad por rachas se fundamenta en la idea de que, si la muestra es aleatoria, deberá tener cierto número de rachas (elementos seguidos más grandes o más pequeños que la media), de lo contrario se tendrá suficiente evidencia de que los datos no son aleatorios.

StatTools Report							
Analysis: Runs Test for Randomness							
Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro							
Date: jueves, 10 de agosto de 2023							
Updating: Live							
	Istmo	Maya	LPG	Gasolina Regular	Diésel Ultra Bajo Azufre	Combustóleo (Fuel oil)	
Runs Test for Randomness	Crudo y Pet Transformados	Crudo y Pet Transformados	Crudo y Pet Transformados	Crudo y Pet Transformados	Crudo y Pet Transformados	Crudo y Pet Transformados	Crudo y Pet Transformados
Observations	27	27	27	27	27	27	
Below Mean	15	14	12	16	14	15	
Above Mean	12	13	15	11	13	12	
Number of Runs	6	7	8	8	9	8	
Mean	75.41	7.324	0.6278	1.20738	1.11990	0.55461	
E(R)	14.3333	14.4815	14.3333	14.0370	14.4815	14.3333	
StdDev(R)	2.5149	2.5440	2.5149	2.4568	2.5440	2.5149	
Z-Value	-3.3136	-2.9408	-2.5183	-2.4573	-2.1547	-2.5183	
P-Value (two-tailed)	0.0009	0.0033	0.0118	0.0140	0.0312	0.0118	

Figura 62: Prueba de rachas para series de precios.
Fuente: Salida de StatTools y construcción propia.

Como se puede observar en la Figura 62, los valores del estadístico P son menores a 0.05, por lo tanto, podemos asegurar con un 95% de certeza que las series de datos no corresponden a números aleatorios.

Construcción del escenario estocástico de precios prospectivos con series de tiempo.

@Risk provee diversas funcionalidades para análisis de riesgo, en este trabajo se utilizó para modelar series de tiempo para el conjunto de variables de precios y, luego de definidas, se ejecutó la función de simulación Montecarlo para obtener variables de salida susceptibles de analizar.

Para las series de tiempo, por la complejidad de los modelos desarrollados para aproximarlas, no existen estadísticos absolutos que determinen la bondad del ajuste del modelo, por ello es útil la herramienta, ya que prueba las diversas familias de modelos y determina el que mejor describe el comportamiento de la variable. Esto se logra con base en los parámetros AIC y BIC, asimismo, se define una matriz de correlación que describe las interrelaciones de los datos.

Luego de aplicar el procedimiento con los datos disponibles (1996-2022), se obtiene la definición de los siguientes modelos.

Crudo Istmo: RiskBMMRJD(84.966,22.96,0.26635,0.019231,-25.141,2.8854,94.903)

Crudo Maya: RiskBMMRJD(74.08,24.89,0.32178,2.3846E-11,4.6209,0.50332,90.213)

LPG: RiskBMMRJD(46.406,15.888,0.41141,0.019231,-4.7423,0.94529,46.49)

Gasolina regular: RiskBMMRJD(102.94,23.482,0.22062,1.2075E-11,-0.37937,1.873,123.87)

Diesel Ultra Bajo Azufre: RiskBMMRJD(112.23,30.348,0.27044,3.4768E-11,1.5394,2.7287,148.34)

Gasolina Premium: RiskBMMRJD(115.21,25.81,0.22212,0.019231,-26.309,2.7597,136.26)

Combustóleo: RiskBMMRJD(48.103,14.137,0.27411,6.1064E-13,-7.0643,2.063,67.383)

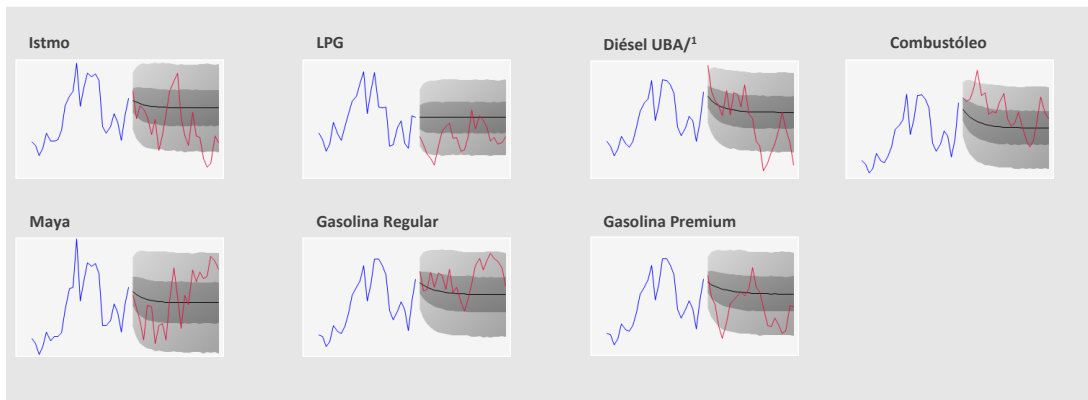


Figura 63: Modelos definidos para insumos y productos. Series de tiempo.
Fuente: Salida de @Risk y construcción propia.

Para este conjunto de series de tiempo se obtuvo la matriz de correlación siguiente.

Correlation	Istmo	Maya	LPG	Gasolina Regular	Diesel Ultra Bajo Azufre	Gasolina Premium	Combustóleo (Fuel oil)
Istmo	1.000						
Maya	0.986	1.000					
LPG	0.849	0.795	1.000				
Gasolina Regular	0.989	0.979	0.816	1.000			
Diesel Ultra Bajo Azufre	0.984	0.973	0.826	0.987	1.000		
Gasolina Premium	0.989	0.979	0.816	1.000	0.987	1.000	
Combustóleo (Fuel oil)	0.988	0.980	0.816	0.991	0.995	0.991	1.000

Figura 64: Matriz de correlación para insumos y productos.
Fuente: Salida de @Risk.

Se puede observar que los modelos elegidos son del tipo browniano y que todos fueron seleccionados con el criterio Akaike, cabe mencionar que excepto el Crudo Maya, el LPG y el Combustóleo, el resto cumple también con el criterio Bayesiano de elección (el Crudo Maya, el LPG y el Combustóleo lo cumplen en el lugar 3, 6 y 3, respectivamente, Anexo D).

Los modelos definidos se describen como: RiskBMMRJD $(\mu, \sigma, \alpha, \lambda, \mu_J, \sigma_J, Y_0)$ que genera un proceso de movimiento browniano con reversión media y difusión de salto. Los parámetros representan: deriva, volatilidad, velocidad de reversión, tasa de salto, tamaño de salto promedio, desviación estándar del tamaño del salto y valor en el momento 0, respectivamente. Este tipo de modelos son muy utilizados para describir los precios de los commodities.

Asimismo, la matriz de correlación nos indica que los precios están altamente relacionados, ya que los valores de las correlaciones van de 0.795 a 0.995, podemos entonces decir que el motor de valores probabilísticos de las series de los insumos y productos calculados es teóricamente bastante robusto, por lo que se procedió a realizar las simulaciones Montecarlo correspondientes para este escenario.

Caso base.

Simulación con 10,000 iteraciones

Media del VPN: 5,679

Probabilidad de éxito: 79.8%

Desviación estándar de 7,321

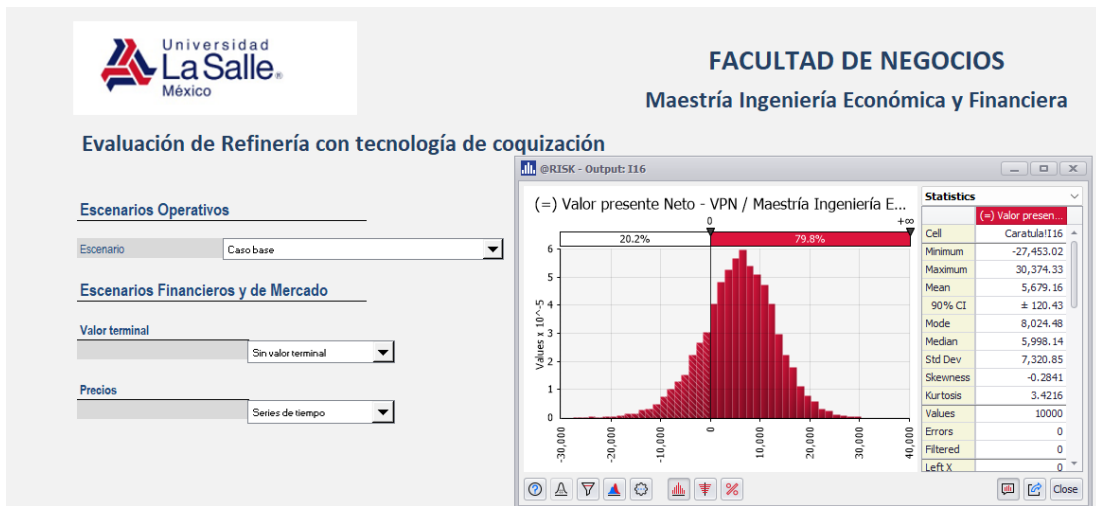


Figura 65: Carátula del Modelo de Valuación. Estocástico, series de tiempo, caso base, 10,000 iteraciones.

Fuente: @Risk y construcción propia.

Simulación con 50,000 iteraciones

Media del VPN: 5,775

Probabilidad de éxito: 79.8%

Desviación estándar de 7,301

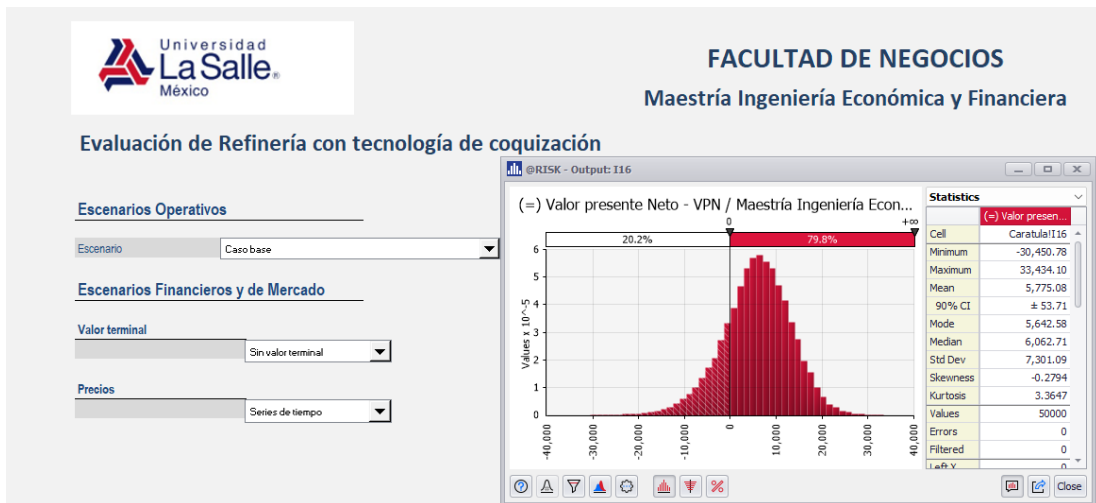


Figura 66: Carátula del Modelo de Valuación. Estocástico, series de tiempo, caso base, 50,000 iteraciones.

Fuente: @Risk y construcción propia.

Caso con proyecto.

Simulación con 10,000 iteraciones

Media del VPN: 6,804

Probabilidad de éxito: 82.8%

Desviación estándar de 7,535

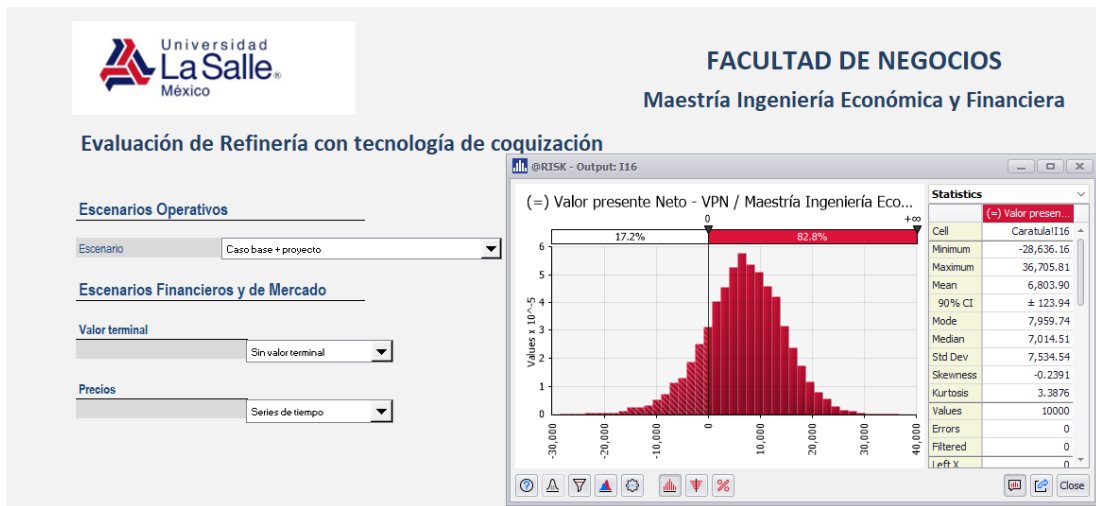


Figura 67: Carátula del Modelo de Valuación. Estocástico, series de tiempo, caso base+proyecto, 10,000 iteraciones.
Fuente: @Risk y construcción propia.

Simulación con 50,000 iteraciones

Media del VPN: 6,754

Probabilidad de éxito: 82.5%

Desviación estándar de 7,556

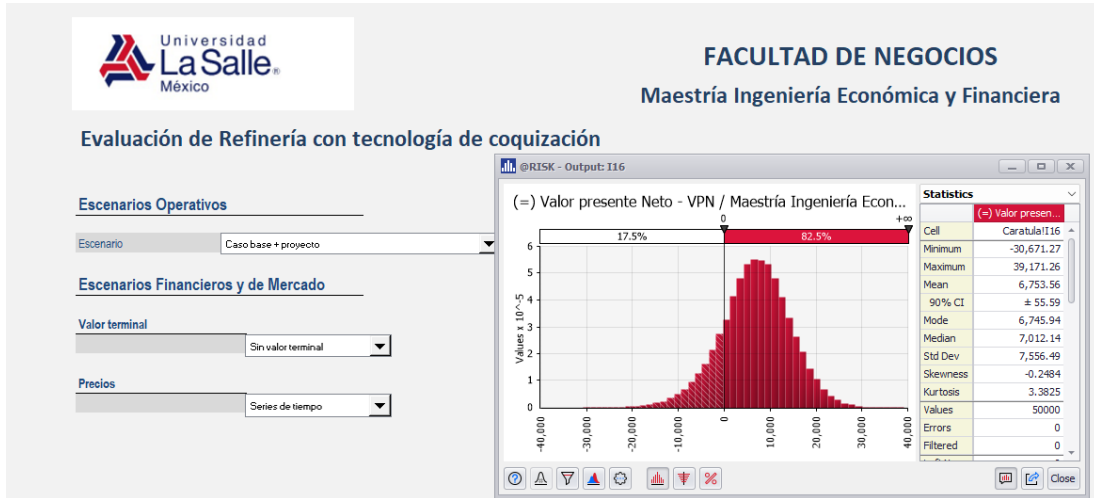


Figura 68: Carátula del Modelo de Valuación. Estocástico, series de tiempo, caso base+proyecto, 50,000 iteraciones.
Fuente: @Risk y construcción propia.

Análisis de resultados.

Se presentan los datos en Tabla 8.

Tabla 8: Resultados de la simulación de escenario estocástico con series de tiempo/¹

Iteraciones simuladas	Caso base			Caso base + proyecto		
	VPN	Probabilidad éxito (VPN+)	Desviación estándar	VPN	Probabilidad éxito (VPN+)	Desviación estándar
10,000	5,679	79.8%	7,321	6,804	82.8%	7,535
50,000	5,775	79.8%	7,301	6,754	82.5%	7,556

¹/ Datos obtenidos de la corrida de simulación Montecarlo en @Risk

Se observa que con 10,000 y con 50,000 iteraciones simuladas, los resultados son consistentes, por lo que pueden ser considerados convergentes y, por lo tanto, confiables, sin embargo, la dispersión en todas las ocasiones es muy significativa, siendo 1.3 veces la media en el caso base y 1.1 veces la media en el caso base + proyecto, situación que deriva en percentiles de mayor amplitud (rango de valores) y, por lo tanto, el valor obtenido en la media (VPN en este caso) es menos representativo y como consecuencia de estas dos condiciones, las probabilidades de éxito obtenidas serán menores a las que se obtendrían reduciendo la dispersión y como consecuencia teniendo percentiles de menor amplitud. Para analizar las causas se grafican los precios de tres de las iteraciones simuladas y se muestran a continuación a manera de ejemplo (Figura 69).

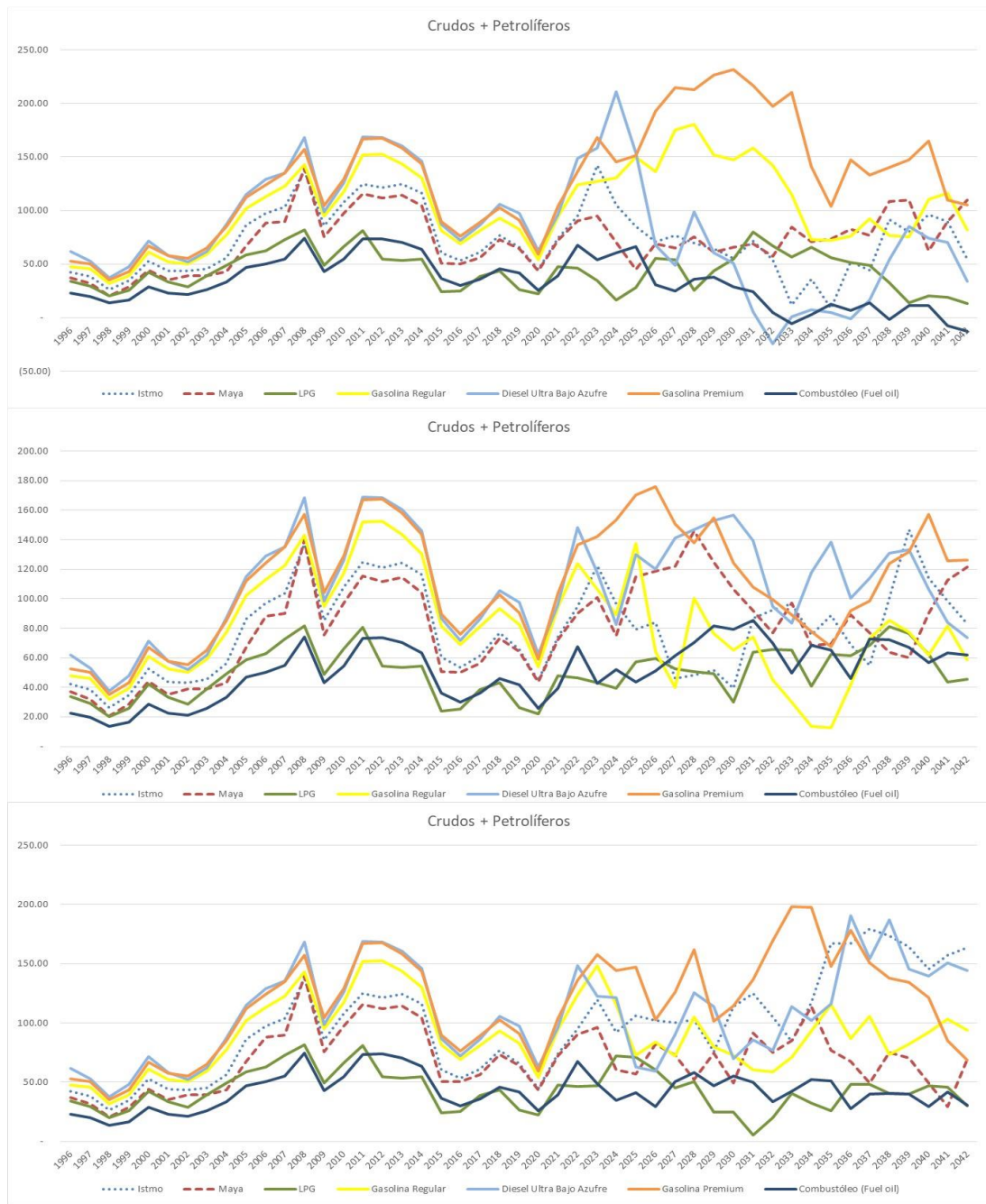


Figura 69: Iteraciones ejemplo. Estocástico, series de tiempo.
 Fuente: @Risk y construcción propia.

Las simulaciones, si bien respetan las correlaciones establecidas entre las variables por medio del análisis de series de tiempo y, a la vez, se calculan con los modelos elegidos, no presentan un comportamiento lógico de mercado.

Como comportamiento típico de mercado, el petróleo crudo, utilizado como insumo para un proceso de refinación, siempre tendrá precio inferior a los destilados de alto valor y precio superior al combustóleo y al LPG, por lo que se sugiere transformar los datos para lograr simular los precios probabilísticos prospectivos y al mismo tiempo mantener la congruencia del mercado. Esta idea se refuerza con la figura siguiente (figura 70), que a diferencia de la matriz de correlación que otorga el software (figura 64), pone en evidencia la falta de correlación entre las variables de cada uno de los escenarios simulados:

Correlación	Escenario ejemplo con series de tiempo						
	Istmo	Maya	LPG	Gasolina R	Diesel	Gasolina P	Combust
Istmo	1						
Maya	-0.3935	1					
LPG	-0.0955	-0.4339	1				
Gasolina Regular	-0.3237	0.4429	-0.2439	1			
Diesel	-0.0050	0.5141	-0.6339	0.4837	1		
Gasolina Premium	0.2619	-0.5222	0.2281	-0.3401	-0.5602	1	
Combust	-0.1875	0.3916	-0.0106	0.1331	0.2431	-0.3734	1

Figura 70: Matriz de correlación obtenida para un escenario simulado con series de tiempo

Fuente: Construcción propia.

Capítulo 7: Escenario estocástico modelado con series de tiempo transformadas.

Transformación de los datos.

Se propone una transformación en los datos para lograr la consistencia en la lógica de mercado y a la vez se buscará reducir la dispersión. La transformación consistirá en determinar series que puedan ser simuladas y que modelen las variaciones de cada insumo y/o producto, guardando la correspondencia que el mercado y los costos típicos de la refinación de petróleo definen (Anexo E).

Respecto a los insumos, la primera serie será la del crudo istmo, la que simplemente se calculará sin transformaciones, ya que será nuestro crudo marcador para el ejercicio por ser el insumo más significativo en valor y que se define como commodity de mercado. La siguiente será la correspondiente al crudo maya, el cual, por ser más pesado y de mayor contenido de azufre, siempre reporta un precio menor al istmo, por lo que se propone que la serie tome el valor de la diferencia de precio entre los crudos.

Con relación a los productos, los precios del LPG, gasolina regular y combustóleo se comportan más parecido al crudo istmo que al maya (coeficientes de correlación 0.849, 0.989 y 0.988, respectivamente, Figura 64), por lo que serán calculados como factores de este, dividiendo los precios correspondientes entre el precio del crudo istmo.

Para el diésel, aunque su correlación mayor es con el combustóleo (0.995), en realidad su comportamiento de mercado es más parecido a las gasolinas (0.987), motivo por el cual se calculará como factor de la gasolina regular.

Finalmente, para la gasolina premium, se considera un precio superior a la regular con un diferencial promedio de 10%, ya que esta fue una de las premisas de construcción del modelo.

La transformación propuesta será entonces:

- Istmo = Serie calculada,
- Maya transformada = Istmo-Maya,
- LPG transformada = LPG/Istmo
- Gasolina regular transformada = Gasolina regular/Istmo
- Combustóleo transformada = Combustóleo/Istmo
- Diésel = Diésel/Gasolina regular

Verificación de aleatoriedad de las variables transformadas.

Las variables transformadas se validan conforme a la premisa de aleatoriedad, con la herramienta StatTools y la prueba de rachas. Los resultados obtenidos fueron los siguientes.

StatTools Report						
Analysis: Runs Test for Randomness						
Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro						
Date: sábado, 12 de agosto de 2023						
Updating: Live						
	Istmo	Maya	LPG	Gasolina Regular	Diésel Ultra Bajo Azufre	Combustóleo (Fuel oil)
Runs Test for Randomness	Crudo y Pet Transformados	Crudo y Pet Transformados	Crudo y Pet Transformados	Crudo y Pet Transformados	Crudo y Pet Transformados	Crudo y Pet Transformados
Observations	27	27	27	27	27	27
Below Mean	15	14	12	16	14	15
Above Mean	12	13	15	11	13	12
Number of Runs	6	7	8	8	9	8
Mean	74.78	7.284	0.6269	1.20681	1.12239	0.55607
E(R)	14.3333	14.4815	14.3333	14.0370	14.4815	14.3333
StdDev(R)	2.5149	2.5440	2.5149	2.4568	2.5440	2.5149
Z-Value	-3.3136	-2.9408	-2.5183	-2.4573	-2.1547	-2.5183
P-Value (two-tailed)	0.0009	0.0033	0.0118	0.0140	0.0312	0.0118

Figura 71: Prueba de rachas para series de precios (series transformadas).
Fuente: StatTools y construcción propia.

Los resultados del estadístico P se observan menores a 0.05, por lo que se valida que los datos no son series aleatorias y, por lo tanto, son susceptibles de modelarse por medio de series de tiempo.

Construcción del escenario estocástico de precios prospectivos con series de tiempo transformadas.

Con ayuda de la herramienta @Risk se procesan las series de tiempo transformadas para obtener los siguientes modelos.

Crudo Istmo: RiskBMMRJD(84.966,22.96,0.26635,0.019231,-25.141,2.8854,94.903)

Crudo Maya: RiskARCH1(6.9848,9.7679,0.57735,4.69)

LPG: RiskAR2(-0.01113,0.072108,-0.23239,-0.70737,-0.1547,0.14659)

Gasolina regular: RiskMA1(1.2068,0.074631,0.39762,0.068011)

Diesel Ultra Bajo Azufre: RiskARCH1(1.1114,0.0020659,0.25946,1.1975)

Gasolina Premium: No transformada

Combustóleo: RiskMA1(0.004089,0.041075,-0.82781,0.1145)

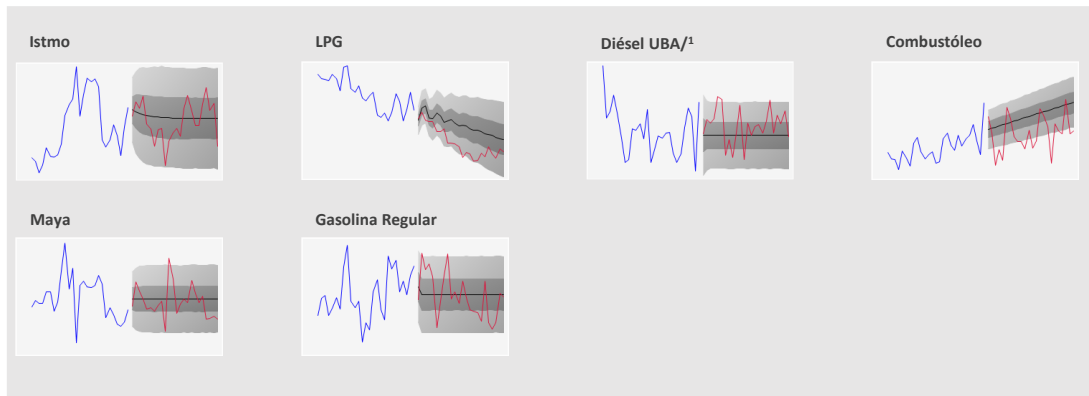


Figura 72: Modelos definidos para insumos y productos. Series de tiempo transformadas

Fuente: Salida de @Risk y construcción propia.

Se puede observar que estos modelos son de diversos tipos, incluyendo browniano, autorregresivos y de medias móviles, ya que fueron elegidos para las series transformadas.

(Anexo E).

Reconstrucción de las series de precios.

Para finiquitar el ejercicio, se debe regresar los datos a las unidades originales, ya que la transformación se refería a diferencias y/o factores. La reconstrucción de los precios se realizará como se describe a continuación, aplicando la operación inversa a la transformada:

- Istmo = Serie calculada,
- Maya = Istmo – diferencial calculado,
- LPG, Gasolina regular y Combustóleo = Istmo * factor correspondiente calculado,
- Diésel = Gasolina regular * factor calculado,
- Gasolina premium = Gasolina regular * 1.1.

Se procede a correr el modelo con el set de precios estocástico calculado con series de tiempo que incluyen la transformación propuesta, y la reconstrucción del precio, obteniendo los resultados siguientes.

Caso base.

Simulación con 10,000 iteraciones

Media del VPN: 3,345

Probabilidad de éxito: 96.8%

Desviación estándar de 1,915

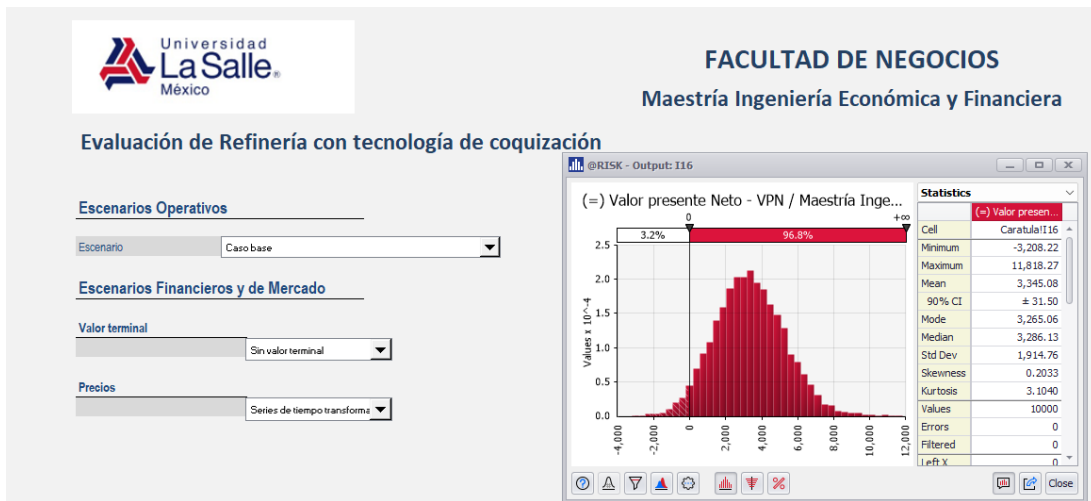


Figura 73: Carátula del Modelo de Valuación. Estocástico, series de tiempo transformadas, caso base, 10,000 iteraciones.

Fuente: @Risk y construcción propia.

Simulación con 50,000 iteraciones

Media del VPN: 3,310

Probabilidad de éxito: 96.7%

Desviación estándar de 1,903

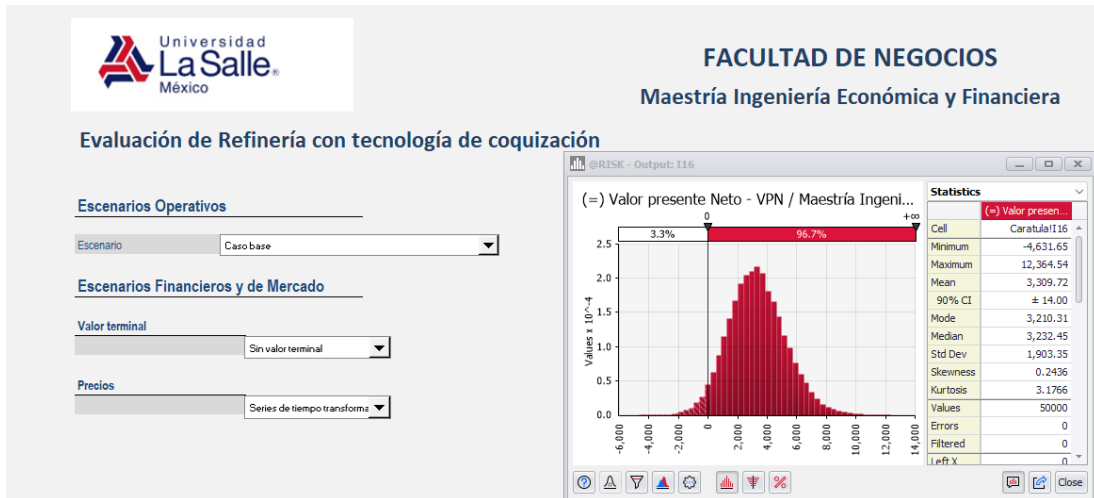


Figura 74: Carátula del Modelo de Valuación. Estocástico, series de tiempo transformadas, caso base, 50,000 iteraciones.
Fuente: @Risk y construcción propia.

Caso con proyecto.

Simulación con 10,000 iteraciones

Media del VPN: 3,879

Probabilidad de éxito: 97.3%

Desviación estándar de 2,107

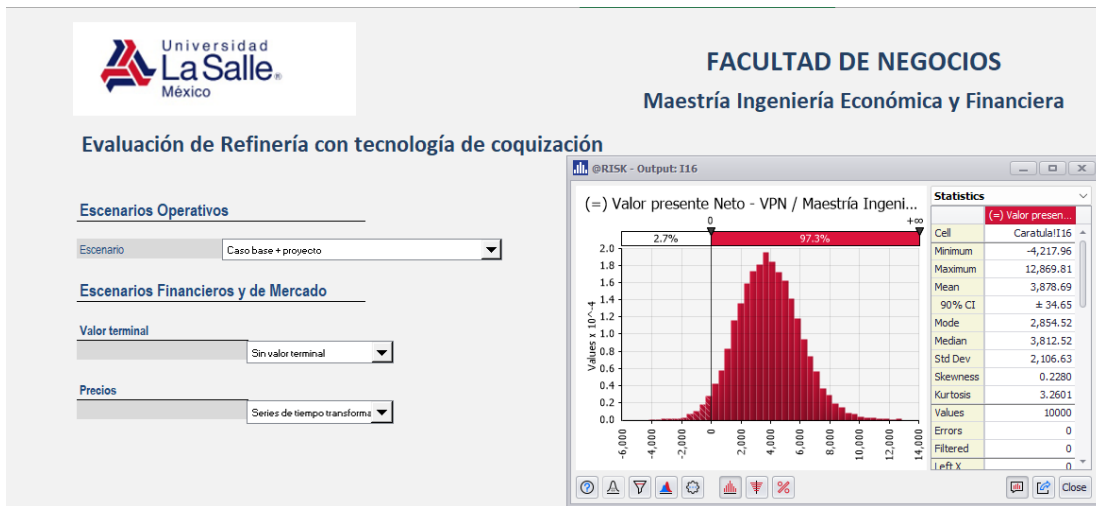


Figura 75: Carátula del Modelo de Valuación. Estocástico, series de tiempo transformadas, caso base+proyecto, 10,000 iteraciones.

Fuente: @Risk y construcción propia.

Simulación con 50,000 iteraciones

Media del VPN: 3,844

Probabilidad de éxito: 97.4%

Desviación estándar de 2,094

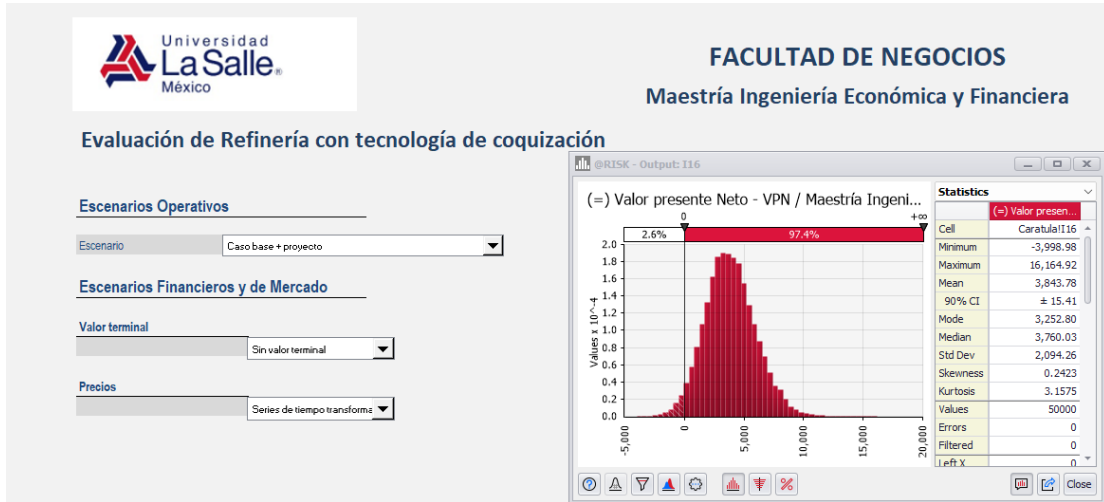


Figura 76: Carátula del Modelo de Valuación. Estocástico, series de tiempo transformadas, caso base+proyecto, 50,000 iteraciones.

Fuente: @Risk y construcción propia.

Análisis de resultados.Tabla 9: Resultados de la simulación de escenario estocástico con series de tiempo y datos transformados/¹

Iteraciones simuladas	Caso base			Caso base + proyecto		
	VPN	Probabilidad éxito (VPN+)	Desviación estándar	VPN	Probabilidad éxito (VPN+)	Desviación estándar
10,000	3,345	96.8%	1,915	3,879	97.3%	2,107
50,000	3,310	96.7%	1,903	3,844	97.4%	2,094

¹/ Datos obtenidos de la corrida de simulación Montecarlo en @Risk

Correlation	Istmo	Maya	LPG Transformed	Gasolina Regular	Diesel Ultra Bajo Azufre	Combustóleo (Fuel oil) Transformed
Istmo	1.000					
Maya	0.963	1.000				
LPG (Transformed)	0.724	0.632	1.000			
Gasolina Regular	0.954	0.910	0.623	1.000		
Diesel Ultra Bajo Azufre	0.940	0.902	0.710	0.965	1.000	
Combustóleo (Fuel oil) (Transformed)	0.923	0.901	0.569	0.887	0.826	1.000

Figura 77: Matriz de correlación de series en el tiempo transformadas a 10,000 iteraciones.

Fuente: @Risk y construcción propia.

Queda de manifiesto con las simulaciones efectuadas que, a 10,000 y 50,000 iteraciones, los resultados son consistentes. Cabe mencionar que la dispersión es mucho menor que con las corridas sin transformación de datos, como resultado de guardar la lógica de mercado en insumos y productos, datos respaldados por la matriz de correlación en la que se observan los altos valores logrados (Figura 77). Asimismo, se puede observar que la probabilidad de éxito (obtener un VPN positivo) es muy grande. Se grafican tres de las iteraciones de precio simulados y se muestran a continuación a manera de ejemplo.

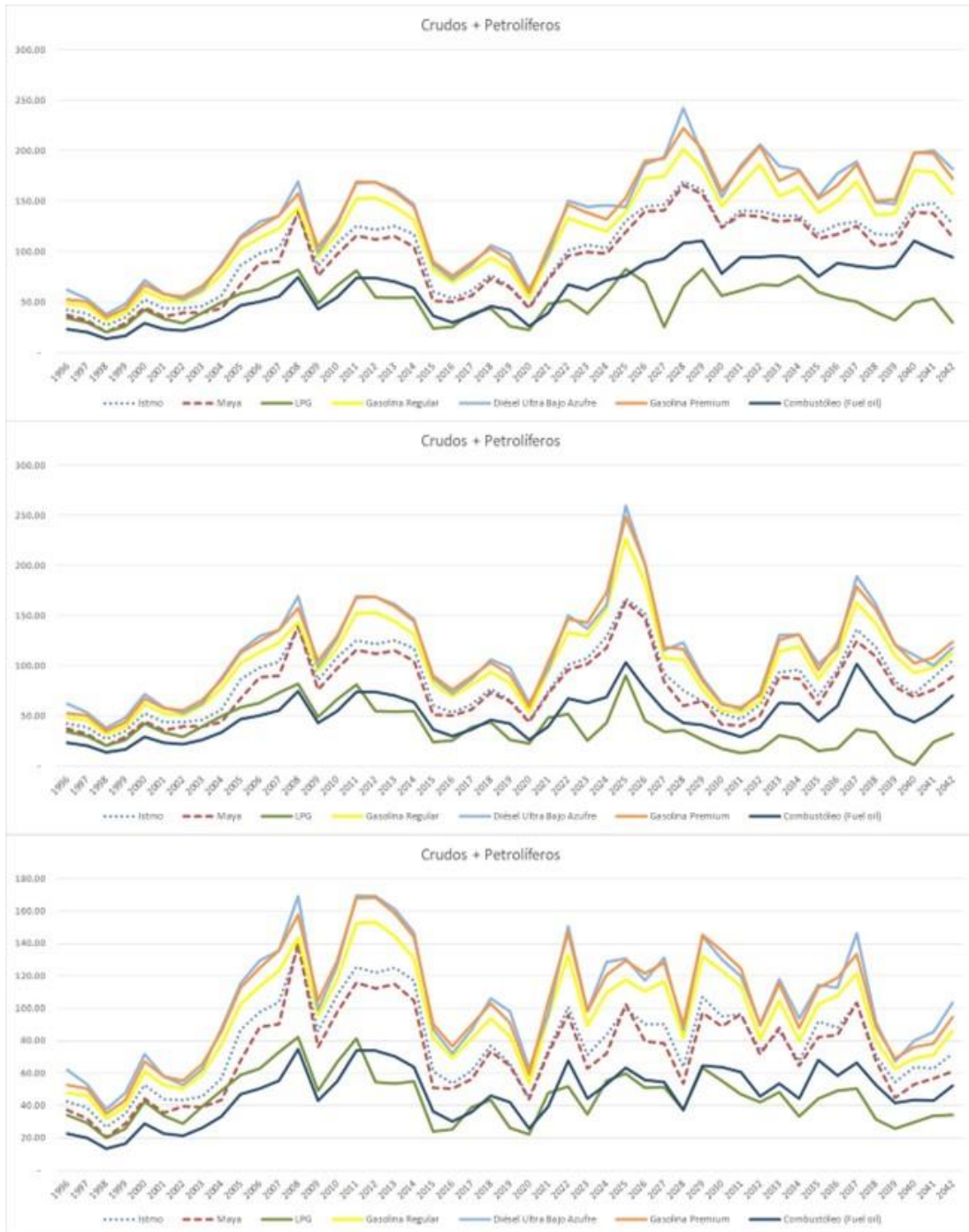


Figura 78: Iteraciones ejemplo. Estocástico, series de tiempo transformadas.
Fuente: @Risk y construcción propia.

Para las series de tiempo transformadas, se toma un escenario simulado con el fin de analizar la correlación de sus variables, se muestra a continuación el resultado (figura 79) que coincide con la matriz de correlación que otorga el software para este caso (figura 77), situación que refuerza la certeza del cálculo, dada la similitud de los datos en ambas:

Correlación	Escenario ejemplo con series de tiempo transformadas					
	Istmo	Maya	LPG	Gasolina R	Diesel	Combust
Istmo	1					
Maya	0.9815	1				
LPG	0.5993	0.6066	1			
Gasolina Regular	0.9482	0.9395	0.5631	1		
Diesel	0.9461	0.9317	0.5720	0.9884	1	
Combust	0.9579	0.9491	0.4691	0.8624	0.8604	1

Figura 79: Matriz de correlación obtenida para un escenario simulado con series de tiempo transformadas

Fuente: Construcción propia.

Conclusiones.

1. Se desarrolló exitosamente un modelo de valuación determinístico teórico para una refinería con tecnología de coquización (parcial), con capacidad de 240 mil barriles diarios de proceso y dieta de crudo ligero y pesado al 50%, tomando como base los datos públicos de la Energy Information Administration. El modelo tiene la posibilidad de valorar el caso base y el caso con proyecto, considerando todas las variables involucradas.
2. Las corridas del modelo valuando la inversión a 20 años y comparando los casos base y con proyecto, arrojan resultados de $VPN = 2,243$ y $3,252$ MMUSD, respectivamente, por lo que se observa un incremento de 1,008 MMUSD con el proyecto, demostrando rentabilidad, sin embargo, es imposible con este modelo y método determinar la probabilidad de éxito, considerando el éxito como un $VPN > 0$.
3. Se realiza el análisis de las series de datos para determinar cuáles representan mayor probabilidad de incidir en la valuación del proyecto y se observa que los precios son las variables que, por no ser potestad del promotor del proyecto, no se tiene control alguno sobre ellas, por lo que se eligen los que tienen mayor impacto en los resultados y se decide tratarlos como las variables estocásticas.

Se hace la prueba estadística de no aleatoriedad (prueba de rachas) y se concluye que todos los precios considerados cumplen con ella, siendo susceptibles de ser tratados como series de tiempo, ya que además de cumplir con el requisito de no aleatoriedad, son datos tomados en tiempos equidistantes.
4. Se procesan las series de precios con la herramienta informática y se obtienen modelos brownianos para el pronóstico de cada una de ellas, se aplican los modelos

brownianos al modelo de valuación de la refinería y, por medio de simulación Montecarlo, se corren 10,000 y 50,000 iteraciones para observar la convergencia de los datos.

Los datos convergen y se concluye que, para el caso con proyecto tenemos un VPN cercano a 6,800 MMUSD con probabilidad de éxito ($VPN > 0$) de 83% y una desviación estándar de 7,500 MMUSD aproximadamente.

5. Dados los resultados obtenidos, se observa que, la desviación estándar parece muy grande, acusando gran dispersión de los datos. Se grafican algunas iteraciones simuladas y se descubre que las variables proyectadas no cumplen con una lógica de mercado, ya que algunas veces los productos de alto valor se calculan más baratos que los insumos o productos de bajo valor y viceversa.

Por lo anterior, se propone una transformación de datos para obtener un comportamiento más apegado al del mercado de petróleo y derivados, tomando como base el insumo (commodity) de mayor valor, en este caso el precio del crudo istmo, y con base en este dato determinar los demás, ya sea por medio de factores o diferencias, según sea conveniente.

Se vuelve a realizar la prueba estadística de no aleatoriedad a las variables transformadas y se valida que son susceptibles de tratarse como series de tiempo. Se aproximan a series de tiempo y esta vez se obtienen modelos mixtos (brownianos, autorregresivos y de medias móviles), se aplican dichos modelos al modelo de valuación de la refinería y se corre simulación Montecarlo a 10,000 y 50,000 iteraciones.

Los datos convergen y se concluye que, para el caso con proyecto tenemos un VPN cercano a 3,850 MMUSD con probabilidad de éxito ($VPN > 0$) de 97% y una desviación estándar de 2,100 MMUSD aproximadamente.

6. Los datos obtenidos con la transformación de las variables y subsecuente aplicación a nuevos modelos de series de tiempo, dan como resultado precios que se corresponden a la lógica de mercado (productos de alto valor con niveles de precios superiores a los insumos y, estos a su vez, superiores a los productos residuales), asimismo, se reduce la dispersión de los datos y esto aumenta la certidumbre del cálculo, dando como resultado una probabilidad de éxito que, además de ser mayor a la anterior, tiene menor dispersión en los datos de origen, por lo tanto, es más certera. Se concluye que el método es factible y aplicable a los modelos determinísticos de valuación.

Respuesta a la pregunta de investigación.

Si es factible definir una metodología estándar para obtener modelos estocásticos a partir de los modelos de valuación determinísticos, misma que se propone de la siguiente manera:

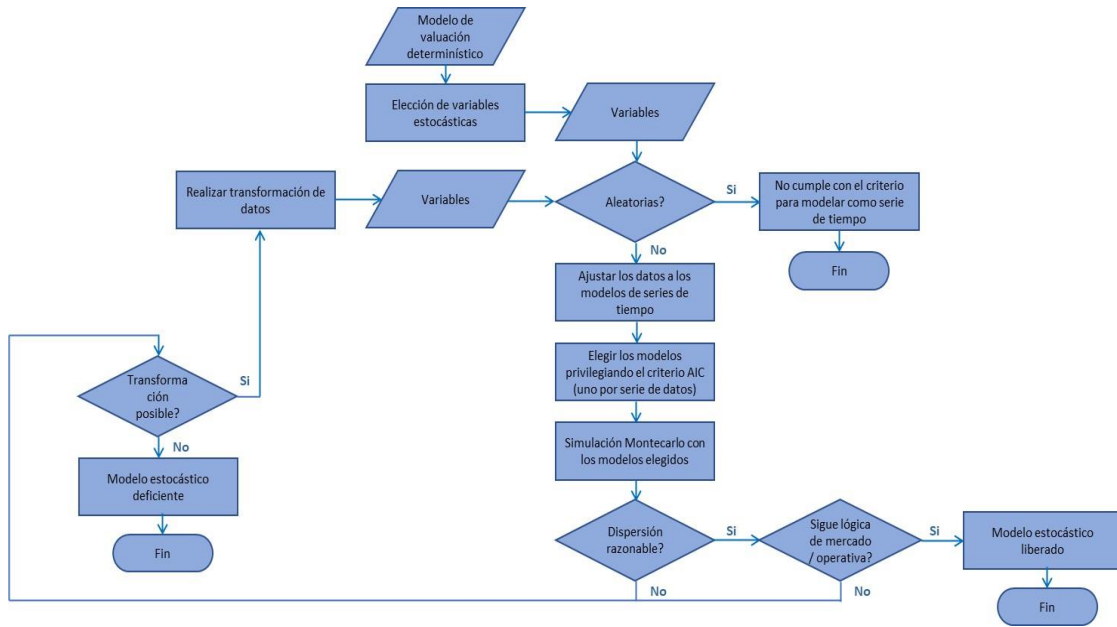


Figura 80: Metodología para obtener modelos de valuación estocásticos a partir de modelos determinísticos.
Fuente: Construcción propia.

Con base en el modelo estocástico definido, se pueden realizar simulaciones Montecarlo y efectivamente obtener información relativa a la probabilidad de éxito en las inversiones, por medio de los resultados del parámetro siguiente: $1 - (\text{percentil de } VPN \leq 0)$.

La metodología desarrollada puede ser utilizada en cualquier tipo de modelo de valuación, siempre y cuando se cuente con un determinístico e historia suficiente para definir los modelos de predicción de las variables estocásticas.

Esta propuesta también se puede aplicar a cualquier modelo determinístico utilizando cualquier herramienta estándar de análisis estadístico y de riesgo, siempre y cuando cuente con las funcionalidades siguientes:

- a. Pruebas de aleatoriedad
- b. Ajuste a series de tiempo
- c. Simulación Montecarlo

Asimismo, el modelo de valuación logrado con las series de tiempo transformadas se considera una herramienta robusta que cumple la misión de dar apoyo a las decisiones directivas por las razones que se mencionan a continuación:

- Las series utilizadas pasan la prueba de aleatoriedad (rachas),
- Los datos se reportan en tiempos equidistantes,
- Los modelos elegidos que describen los precios prospectivos se eligieron con el criterio AIC y además, la mayoría cumple también el criterio BIC,
- La matriz de correlación mantiene valores altos,
- Las simulaciones a 10,000 y 50,000 iteraciones convergen en valores similares,
- Las series proyectadas cumplen con la lógica del mercado y,
- La desviación estándar es razonable.

Tabla 10: Comparación Determinista vs. Estocástico con series de tiempo y datos transformados/¹

Iteraciones simuladas	Caso base		Caso base + proyecto		Diferencia VPN	Prob. de éxito
	VPN	Desviación estándar	VPN	Desviación estándar		
<u>Determinista</u>	2,243		3,252		1,009	.
<u>Estocástico con series de tiempo</u>						.
10,000	5,679	7,321	6,804	7,535	1,125	82.8%
<u>Estocástico con series de tiempo transformadas</u>						.
10,000	3,345	1,915	3,879	2,107	534	97.3%

¹/ Datos obtenidos de la corrida de simulación Montecarlo en @Risk

El procedimiento y sus componentes son susceptibles de ser perfeccionados, ya que las series de precios utilizadas se pueden desagregar en datos mensuales o incluso diarios, siempre y cuando se ajusten los modelos para trabajar con esa periodicidad temporal o, en su defecto, se regresen los datos luego de aplicados los modelos de predicción, a la unidad temporal que se utilice en la evaluación.

El verdadero trabajo de los analistas difícilmente puede ser sustituido por un software o un hardware, el ser humano siempre debe supervisar el desarrollo de los modelos de valuación y de predicción para asegurar que sean consistentes con los mercados y con la realidad.

Glosario.

@Risk.— Parte de la suite Decision Tools, con capacidades de análisis de riesgo y simulación, entre otras.

Aleatoriedad.— Que presenta la calidad de aleatorio, por lo que depende del azar.

Bloomberg.— Servicio de noticias especializadas, en este caso se refiere a la terminal que provee noticias, datos de mercado, calendarios y comentarios.

Capital.— Se refiere al patrimonio con el que cuenta un negocio.

Capex.— Siglas de “capital expenditure”, se refiere al gasto capitalizable (usualmente inversión) y que genera depreciación.

Combustóleo.— Residuo del proceso de refinación del petróleo crudo, compuesto por cadenas largas de carbonos que lo hacen pesado, viscoso y de difícil manejo.

Coque.— Residuo del proceso de coquización del combustóleo, se compone casi totalmente de carbono.

Coquización.— Proceso de refinación del petróleo crudo que convierte el combustóleo en petrolíferos ligeros y coque.

Costo de capital promedio ponderado.— Se le conoce en inglés como “weighted average cost of capital” (WACC), y se refiere al promedio ponderado de los costos de la deuda (pasivo) y el patrimonio (capital).

Crudo (petróleo crudo).— Mezcla de compuestos orgánicos, principalmente hidrocarburos, insolubles en agua.

Crudo amargo.— Petróleo con alto contenido de azufre.

Crudo dulce.— Petróleo de bajo contenido de azufre.

Crudo equivalente.— Cualquier componente capaz de producir energía que es convertido a su equivalente energético en barriles de petróleo.

Decision Tools Suite.— Conjunto de herramientas computacionales de la compañía Lumivero con capacidades estadísticas, de simulación, de análisis de riesgos, redes neuronales, árboles de decisión, etc.

Desviación estándar.— Raíz cuadrada de la varianza. Usualmente, se prefiere sobre la varianza como indicador de la dispersión.

Determinístico.— Se dice de un evento que se tiene la seguridad de ocurrir y está predefinido.

Dispersión.— Separación de un conjunto de datos con respecto a sus valores centrales.

EIA (U.S. Energy Information Administration).— Organismo gubernamental estadounidense dedicado a coleccionar, analizar y publicar independiente e imparcialmente información del ámbito energético

Estocástico.— Se aplica a procesos, algoritmos y modelos en los que existe una secuencia cambiante de eventos analizables probabilísticamente a medida que pasa el tiempo (no determinista).

Estacionalidad.— También llamada variación estacional. Son los patrones de cambio en una serie de tiempo en un año y tienden a repetirse.

Generación de valor.— Se considera que existe cuando un modelo reporta VPN mayor con un proyecto que sin él.

GTUSDMX30y.— Tasa de los bonos de largo plazo emitidos por México en dólares norteamericanos.

GTV30Govt.— Tasa de los bonos de largo plazo del Tesoro de los Estados Unidos.

Homocedasticidad. - Los errores en la predicción de una variable con respecto a sus datos históricos reales se distribuyen con media 0, varianza constante y son independientes entre sí (cuando no se cumple alguna de las tres premisas, se dice que hay heterocedasticidad).

IEA (International Energy Agency).— Organismo internacional independiente creado con la misión de apoyar a la seguridad energética mundial. Como miembros tiene a gran parte de los países europeos, Canadá, Japón, Estados Unidos, Australia, Nueva Zelanda, Corea del Sur y México.

Isobutano.— Compuesto orgánico perteneciente a los alcanos de fórmula $(\text{H}_3\text{C})\text{-CHCH}_3\text{-CH}_3$, isómero del butano, también conocido como metil propano, se utiliza, entre otras cosas, para elevar la calidad de los combustibles.

LPG.— Gas propano líquido, incoloro e inodoro, fórmula química es C_3H_8 y se obtiene como producto ligero de la refinación del petróleo.

Media.— Medida de tendencia central, se obtiene sumando los valores de los elementos de un conjunto y dividiendo el resultado entre el número de elementos.

Metanol.— También conocido como alcohol metílico, fórmula CH_3OH , se usa, entre otras aplicaciones, para dar calidad a los combustibles.

Metil terbutil eter (MTBE).— Líquido inflamable y de olor desagradable, fórmula $\text{C}_5\text{H}_{12}\text{O}$, en refinación se utiliza para elevar el octanaje de las gasolinas.

Modelos autorregresivos.— Describen variables que se pueden definir con base en las variaciones de los datos de periodos anteriores.

Modelos de promedios móviles.— Desarrollados a partir de los valores de los errores o desviaciones anteriores.

Opex.— Siglas de “operational expenditure”, se refiere al gasto no capitalizable, usualmente relacionado con operaciones y servicios.

Pasivo.— Deudas y obligaciones a cargo (por pagar).

Percentil.— Medida de posición que nos indica el área bajo la curva de una función desde su inicio hasta un punto x determinado.

Petrolífero.— Que contiene o produce petróleo. Para efectos de este trabajo se utiliza el término para mencionar a los productos obtenidos de la refinación del petróleo crudo.

Precios reales.— También llamados constantes, son precios que no consideran inflación.

Probabilístico.— Proceso o evento que se sujeta a la medida de la certidumbre de su ocurrencia, misma que toma valores entre 0 y 1 (0% y 100%).

Racha.— Conjunto de datos consecutivos de una serie de tiempo que se localizan por arriba o por debajo de una medida determinada, usualmente la media.

Refinería.— Complejo industrial dedicado a transformar el petróleo crudo en petrolíferos, tales como gasolinas, diésel, combustóleo, etc.

Reserva probada.— Cantidades estimadas de petróleo crudo, gas natural y líquidos de yacimientos conocidos que con certidumbre razonable se pueden recuperar comercialmente.

Reserva probable.— Volumen de reservas no probadas que con base en información geológica y de ingeniería se sugiere son factibles de ser recuperables.

Reserva posible.— Hidrocarburos cuya información geológica y de ingeniería sugiere poco factible su recuperación comercial.

Reserva total.— Suma de reserva probada, probable y posible.

Retorno sobre el capital invertido.— Utilidad operativa después de impuestos entre capital invertido, representa el porcentaje de utilidad por unidad invertida.

Serie de tiempo.— Conjuntos de datos obtenidos en un periodo de tiempo a intervalos comúnmente regulares, que no presentan aleatoriedad y que se componen de varios elementos que definen su valor, tales como tendencia, estacionalidad, variación cíclica y variación irregular (también llamada error).

Simulación Montecarlo.— Técnica que se utiliza para estimar posibles resultados de un suceso incierto, por medio de estimaciones de valores de las variables de salida, calculando diversas iteraciones de las variables estocásticas de entrada.

StatTools.— Parte de la suite Decision Tools, con capacidades estadísticas y de control de calidad, entre otras.

Tasa interna de retorno.— Rentabilidad que ofrece una inversión, es decir, el porcentaje de beneficio o pérdida de una inversión.

Tendencia.— Dirección uniforme de una serie de tiempo en el largo plazo.

Transformación.— Se refiere al tratamiento de datos de una variable para su correcto manejo e interpretación, usualmente se utilizan las funciones logarítmica o cuadrática, en este trabajo se utilizaron factores y diferencias, según el caso de la variable.

Valor presente neto (VPN).— Valor de un proyecto sumando los valores de los flujos descontados a una tasa determinada. Para efectos de este trabajo, el horizonte de evaluación es a 20 años y la tasa de descuento la WACC del proyecto de 10.23%.

Variación cíclica.— Aumento y reducción de una serie de tiempo durante periodos mayores a un año.

Variación irregular.— Variaciones impredecibles de las series de tiempo, también llamadas error.

Varianza.— Suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores observados y los esperados, divididos entre el número de observaciones (población).

Referencias.

- Akaike, Hirotugu (1974). A new look at the statistical model identification. IEEE Transactions on automatic control, 716-723.
- Akaike, Hirotugu (1980). Likelihood and the Bayes procedure, en Bernardo J.M. Bayesian Statistics, Valencia: University Press 143-166.
- Banco Mundial. Datos de libre acceso. <https://datos.bancomundial.org/indicador/FP.CPI.TOTL.ZG?locations=US>
- Biblia de Jerusalén. (1975). Daniel 12 5-8.
- Damodaran, Aswath (2006). Damodaran on Valuation, segunda edición, 143-153.
- Energy Information Administration de los Estados Unidos de Norteamérica, US refinery yield, 29/07/2022, www.eia.gov.
- Estatuto Orgánico de Petróleos Mexicanos. Aprobado por el Consejo de Administración de Petróleos Mexicanos en sesión 944 extraordinaria, 24 de junio de 2019.
- Evans, Michel; Rosenthal, Jeffrey S (2010). Probability and statistics: the science of uncertainty, 2nd ed. 38.
- Feynman, R (1964). The Brownian Movement. The Feynman Lectures of Physics, I, 41.
- International Energy Agency, World Energy Outlook, 2022. www.iea.org
- International Energy Agency, Petroleum and other liquids EIA. www.iea.org
- Kroese, D.P.; Brereton, T; Taimre, T; Botev, Z.I. (2014). Why the Monte Carlo method is so important today. 386-392.
- Ley de Petróleos Mexicanos. Publicada en el Diario Oficial de la Federación el 11 de agosto de 2014.
- Lind, Marchal y Wathen. (2012) Estadística Aplicada a los Negocios y la Economía. Mc Graw Hill
- Petróleos Mexicanos, (1991, 1998, 2003-2013, 2006, 2021). Anuario Estadístico, Tablas de Comercio Internacional, Precios de exportación de Petróleo Crudo y Petrolíferos. www.pemex.com
- Plan de Negocios de Petróleos Mexicanos y sus Empresas Productivas Subsidiarias 2023-2027. Aprobado por el Consejo de Administración de Petróleos Mexicanos. Acuerdo CA-130/2022, Sesión 1002 ordinaria, 13 de diciembre, 2022.
- Rios Alejandro, José (2021). Canal Aprendiendo Estadística. Youtube. <https://www.youtube.com/@aprendiendoestadistica5263>
- Schwarz, Gideon E (1978). Estimating the dimension of a model. Annals of Statistics 461-464.

Anexo A: Volúmenes teóricos.

Se toma como base la página <https://www.eia.gov/> (Energy Information Agency) de los Estados Unidos de Norteamérica

Se toman los valores de la producción de las refinerías norteamericanas promedio 2022 (archivo PET_PNP_PCT_DC_NUS_PCT_M)
Datos en %

Se colocan los valores en vertical

U.S. Refinery Yield of Hydrocarbon Gas Liquids (Percent)	3.73
U.S. Refinery Yield of Finished Motor Gasoline (Percent)	46.31
U.S. Refinery Yield of Aviation Gasoline (Percent)	0.09
U.S. Refinery Yield of Kerosene-Type Jet Fuel (Percent)	9.91
U.S. Refinery Yield of Kerosene (Percent)	0.08
U.S. Refinery Yield of Distillate Fuel Oil (Percent)	30.41
U.S. Refinery Yield of Residual Fuel Oil (Percent)	1.56
U.S. Refinery Yield of Naphtha for Petrochemical Feedstock Use (P	0.78
U.S. Refinery Yield of Other Oils for Petrochemical Feedstock Use	0.59
U.S. Refinery Yield of Special Naphthas (Percent)	0.20
U.S. Refinery Yield of Lubricants (Percent)	0.98
U.S. Refinery Yield of Waxes (Percent)	-
U.S. Refinery Yield of Petroleum Coke (Percent)	4.98
U.S. Refinery Yield of Asphalt and Road Oil (Percent)	2.10
U.S. Refinery Yield of Still Gas (Percent)	4.08
U.S. Refinery Yield of Miscellaneous Petroleum Products (Percent)	0.56
U.S. Refinery Processing Gain (Percent)	6.26

	Se agrupan según las categorías de producción típicas en México Para lograr el escenario objetivo	Se reducen las eficiencias Para lograr el escenario base
Premium	6.62	5.95
Regular	39.69	35.72
Diesel		
Ultra-low Sulphur Diesel	45.00	40.50
Jet Fuel		
Fuel Oil (Combustóleo)	1.56	15.17
Gas seco		
LPG	4.08	4.08
Propano		
Propileno	0.79	0.79
i-Butano		
n-Butano		
Mezcla de Butilenos		
Negro de humo		
Asfalto	2.10	2.10
Azúfre	0.22	0.22
Coke (Carbón de petróleo)	4.98	0.50

Consideraciones

La ganancia volumétrica se calcula menor, ya que las refinerías mexicanas no logran los rendimientos de las estadounidenses

Escenario con proyecto

Se incluye Azúfre (proporción 1 a 23 con el coque) ya que los crudos mexicanos son amargos

Se divide la gasolina en regular y premium en proporción de 1 a 6, por ser la aproximada a las históricas observadas en las refinerías con tecnología de coquización

Los líquidos denominados hydrocarbon gas liquids se incluyen en el Diesel, ya que los crudos pesados reportan ese comportamiento

El Jet Fuel se suma al diésel, por la configuración de la refinería

Escenario base

Se reducen las eficiencias en 10% (gasolinas y diésel)

El gas, propileno, asfalto y azúfre se mantienen igual ya que no se afectan por el proyecto

El coque se reduce al 90%, ya que el proyecto de coquización se refiere a la conversión de combustóleo en coque y destilados de alto valor

El combustóleo se incrementa en la medida que se disminuyen los rendimientos de los destilados de alto valor y el coque

Anexo B: Gasto de Capital (Capex).

Capex Assumptions MMUSD		2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039	2040	2041	2042	
Mantenimiento		100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Mantenimiento para operar 240 MWd		100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Proyecto (Incremento capacidad de coquización)		280.0	280.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Mantenimiento del proyecto		0.0	0.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0
Activos existentes		3,500.0																				

Consideraciones

- 3,500 MMUSD como valor de los activos existentes
- 100 MMUSD/año para mantener capacidad de proceso de 240 MWd
- 520 MMUSD para ampliación de capacidad de coquización (repartidos en dos años)
- 8 MMUSD por año para mantenimiento de la capacidad extra de coquización

Anexo C: Precios escenario determinista.

Año	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039	2040	2041	2042	
ELEGIDOS: PRECIOS DETERMINISTICOS																					
Productos finales																					
	Unit	Source	File																		
LRG	US\$/bbl			58.46	62.77	72.66	81.71	48.99	66.38	80.92	54.39	53.41	54.46	23.97	25.14	38.69	43.35	26.28	22.24	22.24	22.24
PEMEX Premium	US\$/bbl			112.28	124.29	134.88	157.15	104.36	128.95	167.06	167.62	158.05	143.41	89.56	75.96	89.22	102.54	90.75	59.20	59.20	59.20
PEMEX Magna UBA	US\$/bbl			102.07	112.99	122.62	142.86	94.87	117.22	151.87	152.39	143.68	130.37	81.42	69.06	81.11	93.22	82.50	53.82	53.82	53.82
Pemex Ultra-low Sulphur Diesel	US\$/bbl			114.82	129.04	135.22	168.30	98.72	125.97	168.62	168.22	160.53	145.96	86.79	71.89	86.30	105.56	97.54	62.48	62.48	62.48
Fuel Oil	US\$/bbl			46.78	50.28	54.96	74.27	42.97	54.63	73.32	73.63	70.15	63.55	36.36	29.95	35.94	45.88	41.82	25.84	25.84	25.84
Petroleo Crudo																					
Ismo	US\$/bbl			86.23	97.32	103.54	137.19	85.57	107.98	124.84	121.19	124.40	116.38	60.70	53.33	61.24	76.72	65.81	44.67	44.67	44.67
Maya	US\$/bbl			67.20	88.20	89.89	139.71	75.68	97.14	115.30	111.80	114.50	104.33	50.52	50.35	56.10	73.11	64.23	43.56	43.56	43.56

Anexo D: Definición de modelos descriptivos para precios escenario probabilista (series de tiempo).



Time Series Batch Fit Summary: Dataset 1

Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
Date: jueves, 10 de agosto de 2023 05:34:52 p. m.

Name	Istmo	Maya	LPG	Gasolina Regular	Diesel Ultra Bajo Azufre	Gasolina Premium	Combustóleo (Fuel oil)
Range	Precios hist - Series tier Precios hist - Series tier Precios hist - Series tier Precios hist - Series tier Precios hist - Series tier Precios hist - Series tier						
Best Fit (Ranked by AIC)	RiskBMMRJD(84.966,22.2585)	RiskBMMRJD(74.08,24.2450186)	RiskBMMRJD(46.406,15.2195785)	RiskBMMRJD(102.94,23.2440924)	RiskBMMRJD(112.23,30.2565312)	RiskBMMRJD(115.21,25.2490410)	RiskBMMRJD(48.103,14.2167218)
AIC	241.2585	245.0186	219.5785	244.0924	256.5312	249.0410	216.7218
Graph							

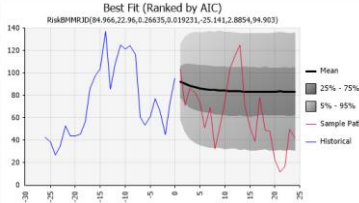
Correlation	Istmo	Maya	LPG	Gasolina Regular	Diesel Ultra Bajo Azufre	Gasolina Premium	Combustóleo (Fuel oil)
Istmo	1.000						
Maya	0.986	1.000					
LPG	0.849	0.795	1.000				
Gasolina Regular	0.989	0.979	0.816	1.000			
Diesel Ultra Bajo Azufre	0.984	0.973	0.826	0.987	1.000		
Gasolina Premium	0.989	0.979	0.816	1.000	0.987	1.000	
Combustóleo (Fuel oil)	0.988	0.980	0.816	0.991	0.995	0.991	1.000

Crudo Istmo:



Time Series Batch Fit Detail: Istmo

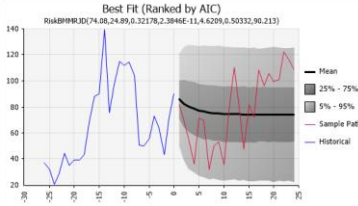
Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
Date: jueves, 10 de agosto de 2023 05:34:53 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR1(73.512,20.001,RiskAR2(73.868,19.976,RiskMA1(74.596,23.386,RiskMA2(74.531,21.817,RiskARMA1(73.864,19.N/A						RiskBMMR(73.5,22.619,N/A		RiskBMMRID(84.966,22.RiskARCH1(61.847,338.4RiskGARCH1(65.261,54		
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	Auto Detect	---	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
De-seasonalize	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	N/A	---	N/A	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#2	#5	#7	#6	#4	---	#3	---	#1	#8	#9
Akaike (AIC) Fit	245.3053294	247.2446333	253.4249651	251.7959702	247.2302284	---	245.3053312	---	241.2585013	256.3284385	259.1371801
Bayesian (BIC) Rank	#2	#5	#7	#6	#4	---	#3	---	#1	#8	#9
Bayesian (BIC) Fit	249.19284	252.4279808	257.3124757	256.9793176	252.4135759	---	249.1928418	---	249.0335225	260.1027282	264.1695662
Parameters	3	4	3	4	4	---	3	---	6	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	73.51208913	73.86801752	74.59625592	74.53121994	73.8635361	---	73.50048275	---	84.96573095	61.84650117	65.26061637
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	ω	ω	ω
Value	20.00060991	19.9756689	23.38576476	21.81657207	19.9694973	---	22.61880467	---	22.9598724	338.4624149	549.3395986
Parameter #3	a_1	a_1	b_1	b_1	a_1	---	α	---	α	a_1	a_1
Value	0.77334512	0.810991748	0.666505361	0.830356707	0.742295175	---	0.257024364	---	0.266351695	0.577350269	0.577293697
Parameter #4	a_2	a_2	b_2	b_2	b_1	---	λ	---	λ	b_1	b_1
Value	-0.047948371	-0.047948371	0.273140018	0.077199206	0.077199206	---	0.019230769	---	0.019230769	2.94762E-14	2.94762E-14
Parameter #5						---	μ_{Jump}	---	μ_{Jump}		
Value						---	-25.14113289	---	-25.14113289		
Parameter #6						---	σ_{Jump}	---	σ_{Jump}		
Value						---	2.885402623	---	2.885402623		

Crudo Maya:

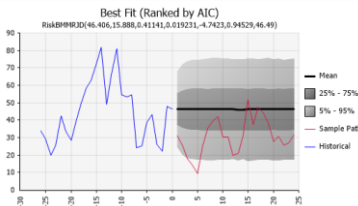
Time Series Batch Fit Detail: Maya
 Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
 Date: jueves, 10 de agosto de 2023 05:34:53 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR1(66.908,21.439),(RiskAR2(66.49,21.339),0	RiskMA1(67.401,24.831,	RiskMA2(67.842,23.235,	RiskARMA1(66.384,21.	N/A	RiskBMMR(66.882,25.0	N/A	RiskBMMRID(74.08,24.8	RiskARCH(1)(56.269,384.1	RiskGARCH(1)(57.835,44	
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	Auto Detect	---	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	N/A	---	N/A	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#3	#4	#7	#6	#5	---	#2	---	#1	#8	#9
Akaike (AIC) Fit	248.8827841	250.6466881	256.4524009	254.9842417	250.6482392	---	248.8827744	---	245.0185742	256.8477812	258.8198254
Bayesian (BIC) Rank	#2	#4	#7	#6	#5	---	#2	---	#1	#8	#9
Bayesian (BIC) Fit	252.7702947	255.8300356	260.3399115	260.1675892	255.8315867	---	252.770285	---	252.7935954	260.620709	263.8522116
Parameters	3	4	3	4	4	---	3	---	6	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	66.90846209	66.49013486	67.4013963	67.84180706	66.38447283	---	66.88150593	---	74.07971691	56.26857701	57.83508675
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	ω	ω	ω
Value	21.43908103	21.33938903	24.83119169	23.23538957	21.34017575	---	25.00045629	---	24.89033025	384.8629521	445.5115538
Parameter #3	α	α	β	β	α	---	α	---	α	α	α
Value	0.722602565	0.654233472	0.559995951	0.548631516	0.782244214	---	0.324888778	---	0.3211781004	0.577350269	0.56318898
Parameter #4	λ	λ	β	β	β	---	λ	---	λ	λ	β
Value		0.093756295		0.387246949	-0.126921407	---		---	2.38456E-11		0.041489732
Parameter #5						---		---	μ Jump		
Value						---		---	4.620853457		
Parameter #6						---		---	σ Jump		
Value						---		---	0.503319391		

LPG:

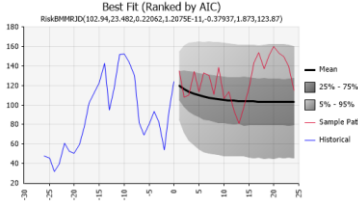
Time Series Batch Fit Detail: LPG
 Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
 Date: jueves, 10 de agosto de 2023 05:34:54 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR1(44.239,12.967),(RiskAR2(44.278,12.963),(RiskMA1(44.547,12.546,	RiskMA2(44.406,12.353,	RiskARMA1(44.352,12.	N/A	RiskBMMR(44.238,15.8	N/A	RiskBMMRID(46.406,15.	RiskARCH(1)(38.313,113.7	RiskGARCH(1)(38.305,11		
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	Auto Detect	---	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	N/A	---	N/A	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#6	#7	#2	#4	#3	---	#5	---	#1	#8	#9
Akaike (AIC) Fit	221.5438314	223.52939	220.2104994	221.4634723	221.1716379	---	221.5438314	---	219.5784846	225.7618094	227.1778413
Bayesian (BIC) Rank	#3	#7	#1	#5	#4	---	#2	---	#6	#8	#9
Bayesian (BIC) Fit	225.431342	228.7127375	224.09801	226.6468198	226.3549854	---	225.431342	---	227.3535058	229.5360991	232.2102274
Parameters	3	4	3	4	4	---	3	---	6	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	44.23881048	44.27769832	44.54706689	44.40570739	44.35227547	---	44.23779823	---	46.40578935	38.31286019	38.30547228
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	ω	ω	ω
Value	12.96730513	12.96331423	12.54578478	12.35349027	12.28950549	---	15.83483087	---	15.88763767	113.2244919	113.3312805
Parameter #3	α	α	β	β	α	---	α	---	α	α	α
Value	0.650363557	0.665631121	0.795301844	0.918219343	0.228405692	---	0.430222077	---	0.411409392	0.577350269	0.533847361
Parameter #4	λ	λ	β	β	β	---	λ	---	λ	λ	β
Value		-0.022672436		0.139166013	0.721117768	---		---	0.019230769		0.099204766
Parameter #5						---		---	μ Jump		
Value						---		---	-4.742284835		
Parameter #6						---		---	σ Jump		
Value						---		---	0.945287111		

Gasolina Regular:

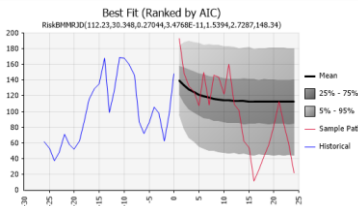
Time Series Batch Fit Detail: Gasolina Regular
 Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
 Date: jueves, 10 de agosto de 2023 05:34:54 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR1(88.649,21.294)	RiskAR2(89.793,20.765)	RiskMA1(89.28,24.167)	RiskMA2(88.937,21.734)	RiskARMA1(89.15,20.3)	N/A	RiskBMMR(88.682,23.5)	N/A	RiskBMMRID(102.94,23)	RiskARCH(85.521,560)	RiskGARCH(11)(85.521,56)
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	Auto Detect	---	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	N/A	---	N/A	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#3	#5	#7	#6	#3	---	#4	---	#1	#8	#9
Akaike (AIC) Fit	248.8497572	249.594534	255.5658973	252.1333721	248.6670081	---	248.8497735	---	244.0924261	262.9290493	264.9290493
Bayesian (BIC) Rank	#2	#5	#7	#6	#4	---	#3	---	#1	#8	#9
Bayesian (BIC) Fit	252.7372678	254.7778814	259.4534079	257.3167196	253.8503555	---	252.7372841	---	251.8674473	266.7033389	269.9614355
Parameters	3	4	3	4	4	---	3	---	6	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	88.64895468	89.79297431	89.28016431	88.93657752	89.15022477	---	88.68157391	---	102.9361281	85.52109437	85.52109437
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	σ	ω	ω
Value	21.29358492	20.76468519	24.16713264	21.73366569	20.36346546	---	23.55584185	---	23.48248104	560.6426555	560.6427044
Parameter #3	α	α	β	β	α	---	α	---	α	α	α
Value	0.811217524	0.990596424	0.783986946	1.078163649	0.66596907	---	0.209220141	---	0.220617759	0.577350269	0.577350269
Parameter #4		α	β	β	β	---		---	λ		β
Value		-0.219902319		0.385347117	0.433833218	---		---	1.20748E-11		0
Parameter #5						---		---	μ Jump		
Value						---		---	-0.37936652		
Parameter #6						---		---	σ Jump		
Value						---		---	1.872998272		

Diésel UBA:

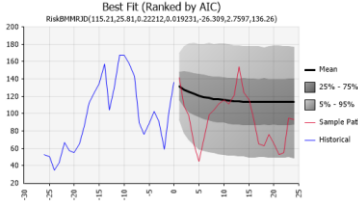
Time Series Batch Fit Detail: Diesel Ultra Bajo Azufre
 Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
 Date: jueves, 10 de agosto de 2023 05:34:55 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR1(100.88,26.763)	RiskAR2(101.91,26.264)	RiskMA1(100.41,29.216)	RiskMA2(100.75,26.945)	RiskARMA1(101.41,25)	N/A	RiskBMMR(101.07,30.5)	N/A	RiskBMMRID(112.23,30)	RiskARCH(1)(98.495,997)	RiskGARCH(11)(98.495,997)
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	Auto Detect	---	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	N/A	---	N/A	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#2	#5	#7	#6	#4	---	#3	---	#1	#8	#9
Akaike (AIC) Fit	260.9691817	262.0419569	265.5435061	263.4486206	261.4269746	---	260.9691872	---	256.5311582	271.0739224	273.0739224
Bayesian (BIC) Rank	#2	#5	#7	#6	#4	---	#3	---	#1	#8	#9
Bayesian (BIC) Fit	264.8566923	267.2253043	269.4310167	268.631968	266.6103221	---	264.8566978	---	264.3061794	274.848212	278.1063085
Parameters	3	4	3	4	4	---	3	---	6	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	100.8782558	101.913825	100.4146511	100.7450826	101.4128161	---	101.0713924	---	112.2317617	98.49455275	98.49455375
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	σ	ω	ω
Value	26.76281728	26.2637049	29.21566521	26.94517115	25.92918423	---	30.57874744	---	30.3477997	997.6323967	997.6324208
Parameter #3	α	α	β	β	α	---	α	---	α	α	α
Value	0.756063141	0.907706587	0.704835175	0.95700984	0.601287664	---	0.279581948	---	0.270440693	0.423757787	0.423757787
Parameter #4		α	β	β	β	---		---	λ		β
Value		-0.195305169		0.326126324	0.378998106	---		---	3.47685E-11		4.67566E-14
Parameter #5						---		---	μ Jump		
Value						---		---	1.539362553		
Parameter #6						---		---	σ Jump		
Value						---		---	2.728667013		

Gasolina Premium:

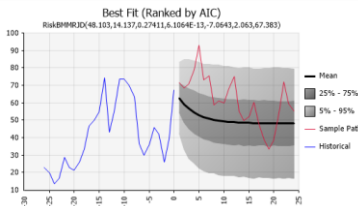
Time Series Batch Fit Detail: Gasolina Premium
 Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
 Date: jueves, 10 de agosto de 2023 05:34:55 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR1(97.345,23.423;RiskAR2(98.703,22.841;RiskMA1(98.206,26.584,RiskMA2(97.833,23.907;RiskARMA1(98.016,22.N/A						RiskBMMR(97.456,25.91N/A		RiskBMMRID(115.21,25.81,0.22212,0.019231,-26.399,2.7597,136.26)	RiskARCH(94.073,678.1;RiskGARCH(11(94.073,678.1	
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	Auto Detect	---	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	N/A	---	N/A	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#4	#5	#7	#6	#2	---	#3	---	#1	#8	#9
Akaike (AIC) Fit	253.9965102	254.7413304	260.7126464	257.2801231	253.8137331	---	253.9964933	---	249.0406695	267.8851787	269.8851787
Bayesian (BIC) Rank	#3	#5	#7	#6	#4	---	#3	---	#1	#8	#9
Bayesian (BIC) Fit	257.8840208	259.9246779	264.600157	262.4634706	258.9970806	---	257.8840039	---	256.8159907	271.6594683	274.9175648
Parameters	3	4	3	4	4	---	3	---	6	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	97.3454595	98.7025864	98.20603655	97.83328217	98.01616876	---	97.45577062	---	115.2105746	94.07320435	94.07320436
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	ω	ω	ω
Value	23.42289731	22.84120892	26.58384432	23.90703685	22.39980229	---	25.91126491	---	25.81009147	678.3775659	678.3776635
Parameter #3	a1	a1	b1	b1	a1	---	a	---	a	a1	a
Value	0.811240607	0.990550753	0.783987583	1.078161051	0.665950739	---	0.209209583	---	0.22212228	0.577350269	0.577350269
Parameter #4	a2	a2	b2	b2	b1	---	λ	---	λ	λ	b1
Value	-0.21986022	-0.21986022	0.385351256	0.433859382	0.433859382	---	0.019230769	---	0.019230769	94.07320435	2.05011E-13
Parameter #5						---	μ Jump	---	μ Jump		
Value						---	-26.30887298	---	-26.30887298		
Parameter #6						---	σ Jump	---	σ Jump		
Value						---	2.759662013	---	2.759662013		

Combustóleo:

Time Series Batch Fit Detail: Combustóleo (Fuel oil)
 Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
 Date: jueves, 10 de agosto de 2023 05:34:55 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR1(42.504,12.493;RiskAR2(42.879,12.353;RiskMA1(42.2,13.575;0.RiskMA2(42.377,12.687;RiskARMA1(42.751,12.N/A						RiskBMMR(42.506,14.2N/A		RiskBMMRID(48.103,14.RiskARCH(1(41.903,218.6;RiskGARCH(1(41.903,218.6		
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	Auto Detect	---	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	N/A	---	N/A	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#3	#5	#7	#6	#4	---	#2	---	#1	#8	#9
Akaike (AIC) Fit	219.8315484	221.2811134	224.1693026	222.7995552	220.6870373	---	219.8315483	---	216.7217869	230.6378963	232.6378963
Bayesian (BIC) Rank	#2	#5	#7	#6	#4	---	#1	---	#3	#8	#9
Bayesian (BIC) Fit	223.719059	226.4644608	228.0568132	227.9429026	225.8703848	---	223.7190589	---	224.496808	234.4121859	237.6702824
Parameters	3	4	3	4	4	---	3	---	6	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	42.50383616	42.87860067	42.19996678	42.37728154	42.7508108	---	42.50626659	---	48.10282725	41.90343251	41.90343216
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	ω	ω	ω
Value	12.49324931	12.35316753	13.57517416	12.68888058	12.19696947	---	14.27268106	---	14.13744387	219.0912864	219.0912901
Parameter #3	a1	a1	b1	b1	a1	---	a	---	a	a1	a1
Value	0.756323662	0.87678857	0.710047222	0.946100608	0.595078878	---	0.27928418	---	0.274107151	0.394935962	0.394935962
Parameter #4	a2	a2	b2	b2	b1	---	λ	---	λ	λ	b1
Value	-0.155025967	-0.155025967	0.29283356	0.379684052	0.379684052	---	6.10639E-13	---	6.10639E-13	4.69296E-15	4.69296E-15
Parameter #5						---	μ Jump	---	μ Jump		
Value						---	-7.064263776	---	-7.064263776		
Parameter #6						---	σ Jump	---	σ Jump		
Value						---	2.062988764	---	2.062988764		

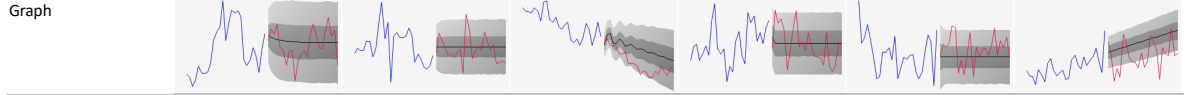
Anexo E: Definición de modelos descriptivos para precios escenario probabilista (series de tiempo transformadas).



Time Series Batch Fit Summary: Dataset 1

Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
Date: sábado, 12 de agosto de 2023 08:09:58 p. m.

Name	Istmo	Maya	LPG	Gasolina Regular	Diésel Ultra Bajo Azufre	Combustóleo (Fuel oil)
Range						
Best Fit (Ranked by AIC RiskBMMRJD(84.966,22. RiskARCH1(6.9848,9.76; RiskAR2(-0.01113,0.072 RiskMA1(1.2068,0.0746; RiskARCH1(1.1114,0.00; RiskMA1(0.004089,0.04;						
AIC	241.2585	155.4815	-53.5472	-57.3459	-72.7978	-85.0617



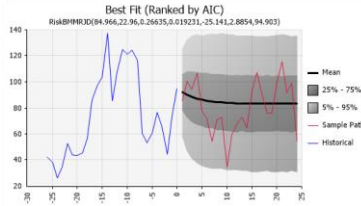
Correlation	Istmo	Maya	LPG	Gasolina Regular	Diesel Ultra Bajo Azufre	Combustóleo (Fuel oil)
Istmo		1.000				
Maya		0.963	1.000			
LPG (Transformed)		0.724	0.632	1.000		
Gasolina Regular		0.954	0.910	0.623	1.000	
Diesel Ultra Bajo Azufre		0.940	0.902	0.710	0.965	1.000
Combustóleo (Fuel oil) (Transformed)		0.923	0.901	0.569	0.887	0.826

Crudo Istmo:



Time Series Batch Fit Detail: Istmo

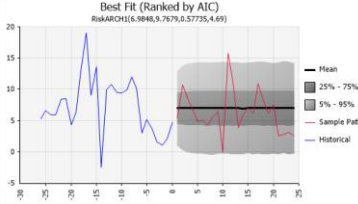
Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
Date: sábado, 12 de agosto de 2023 08:09:59 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRJD	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR1(73.512,20.001;RiskAR2(73.868,19.976;RiskMA1(74.596,23.386;RiskMA2(74.531,21.817;RiskARMA1(73.864,19. N/A						RiskBMMR(73.5,22.619, N/A		RiskBMMRJD(84.966,22. RiskARCH1(61.847,338.4 RiskGARCH1(65.261,54		
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	Auto Detect	---	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	N/A	---	N/A	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#2	#5	#7	#6	#4	---	#3	---	#1	#8	#9
Akaike (AIC) Fit	245.3053294	247.2446333	253.4249651	251.7959702	247.2302284	---	245.3053312	---	241.2585013	256.3284385	259.1371801
Bayesian (BIC) Rank	#2	#5	#7	#6	#4	---	#3	---	#1	#8	#9
Bayesian (BIC) Fit	249.19284	252.4279808	257.3124757	256.9793176	252.4135759	---	249.1928418	---	249.0335225	260.1027282	264.1695662
Parameters	3	4	3	4	4	---	3	---	6	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	73.51208913	73.86801752	74.59625592	74.53121994	73.8635361	---	73.50048275	---	84.96573095	61.84650117	65.26061637
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	σ	ω	ω
Value	20.00060991	19.9756689	23.38576476	21.81657207	19.9694973	---	22.61880467	---	22.9598724	338.4624149	549.1395986
Parameter #3	α_1	α_1	β_1	β_1	α_1	---	α	---	α	α_1	α_1
Value	0.77334512	0.810991748	0.666505361	0.830356707	0.742950175	---	0.257024364	---	0.266351695	0.577350069	0.577293697
Parameter #4	α_2	α_2	β_2	β_2	α_2	---	λ	---	λ		β_1
Value		-0.047948371		0.273140018	0.077199206	---		---	0.019230769		2.94762E-14
Parameter #5						---	μ Jump	---	μ Jump		
Value						---		---	-25.14113289		
Parameter #6						---	σ Jump	---	σ Jump		
Value						---		---	2.885402623		

Crudo Maya:

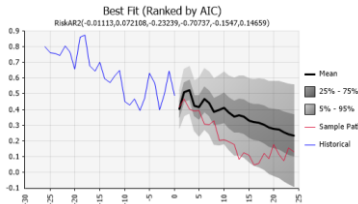
Time Series Batch Fit Detail: Maya
 Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
 Date: sábado, 12 de agosto de 2023 08:10:00 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR[1](7.2092,4.2364,RiskAR[2](7.1159,4.1826,RiskMA[1](7.2551,4.3083,RiskMA[2](7.202,4.0802,RiskARMA[1](7.1334,4.2 N/A						RiskBMMR(7.2092,6.811 N/A				
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	Auto Detect	---	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	N/A	---	N/A	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#5	#8	#7	#6	#9	---	#4	---	#3	#1	#2
Akaike (AIC) Fit	160.6849093	162.0424356	161.540384	160.901916	162.3572694	---	160.6849093	---	159.8929255	155.4814636	156.8761946
Bayesian (BIC) Rank	#4	#7	#6	#5	#8	---	#3	---	#9	#1	#2
Bayesian (BIC) Fit	164.5724199	167.2257831	165.4278946	166.0852635	167.5406169	---	164.5724199	---	167.6679467	159.2557532	161.9085808
Parameters	3	4	3	4	4	---	3	---	6	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	7.209221727	7.115890174	7.255079633	7.201962405	7.133396068	---	7.209221704	---	8.339391431	6.984810969	6.980212559
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	ω	ω	ω
Value	4.236389998	4.182556679	4.308286445	4.080246682	4.20915602	---	6.811763831	---	4.944020199	9.767876002	9.719416102
Parameter #3	a1	a1	b1	b1	a1	---	α	---	α	a1	a1
Value	0.31112229	0.264769785	0.217648836	0.35083728	0.54513261	---	1.167569205	---	0.737683344	0.577350269	0.530157616
Parameter #4	a2	a2	b2	b2	b1	---	λ	---	λ		b1
Value	0.152690372	0.152690372	0.360169497	-0.252365837		---		---	0.043472181		0.10249568
Parameter #5						---	μ Jump	---			
Value						---	-16.83925456	---			
Parameter #6						---	σ Jump	---			
Value						---	3.90494E-06	---			

LPG:

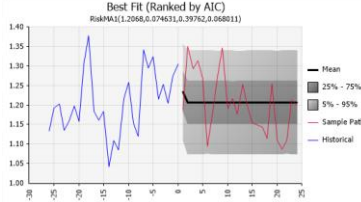
Time Series Batch Fit Detail: LPG
 Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
 Date: sábado, 12 de agosto de 2023 08:10:00 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR[1](-0.11082,0.10,RiskAR[2](0.01113,0.072,RiskMA[1](-0.011155,0.05,RiskMA[2](-0.014245,0.07,RiskARMA[1](-0.013785,N/A						N/A	---	N/A	RiskARCH[1](-0.01093,0.05,RiskGARCH[1](-0.008245	
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	---	---	---	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	---	---	---	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	First Order	First Order	First Order	First Order	First Order	---	---	---	---	First Order	First Order
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	---	---	---	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	---	---	---	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#5	#1	#4	#2	#3	---	---	---	---	#7	#6
Akaike (AIC) Fit	-38.77281742	-53.54717835	-43.40794255	-50.13175883	-43.83827022	---	---	---	---	-35.46397934	-36.22840882
Bayesian (BIC) Rank	#5	#1	#3	#2	#4	---	---	---	---	#6	#7
Bayesian (BIC) Fit	-34.99852781	-48.5147922	-39.63365293	-45.09937268	-38.80588407	---	---	---	---	-31.80735186	-31.35290552
Parameters	3	4	3	4	4	---	---	---	---	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	-0.011081834	-0.011130213	-0.011154532	-0.014245019	-0.013784964	---	---	---	---	-0.010930052	-0.008243142
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	ω	ω	ω
Value	0.102233394	0.072108287	0.092574449	0.074694428	0.085368065	---	---	---	---	0.011148658	0.001752527
Parameter #3	a1	a1	b1	b1	a1	---	α	---	α	a1	a1
Value	-0.166803922	-0.232392178	-0.652121996	-0.270889449	0.289934501	---	---	---	---	1.97919E-15	3.5765E-15
Parameter #4	a2	a2	b2	b2	b1	---	λ	---	λ		b1
Value		-0.707373756		-0.729098663	-0.983785753	---		---			0.889841747
Parameter #5						---	μ Jump	---			
Value						---		---			
Parameter #6						---	σ Jump	---			
Value						---		---			

Gasolina Regular:

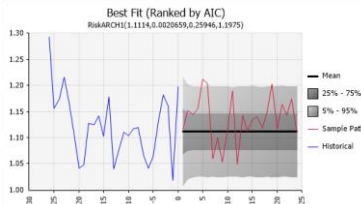
Time Series Batch Fit Detail: Gasolina Regular
 Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
 Date: sábado, 12 de agosto de 2023 08:10:00 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR[1.2074,0.07468]	RiskAR[2.1.2071,0.07447]	RiskMA[1.1.2068,0.0746]	RiskMA[2.1.207,0.07444]	RiskARMA[1.1.207,0.07	N/A	RiskBMMR[1.2074,0.11	N/A	RiskBMMRID[1.2141,0.1	RiskARCH[1.2086,0.00	RiskGARCH[1.1.2011,0.1
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	Auto Detect	---	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	N/A	---	N/A	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#2	#6	#1	#5	#4	---	#3	---	#9	#8	#7
Akaike (AIC) Fit	-57.30993805	-55.4494303	-57.34590717	-55.46706909	-55.49673703	---	-57.30993805	---	-49.03866412	-50.74959861	-51.5361721
Bayesian (BIC) Rank	#2	#6	#1	#5	#4	---	#3	---	#9	#7	#8
Bayesian (BIC) Fit	-53.42242745	-50.26608284	-53.45839658	-50.28372163	-50.31338956	---	-53.42242745	---	-41.26364293	-46.97530899	-46.50378595
Parameters	3	4	3	4	4	---	3	---	6	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	1.207378424	1.207077242	1.206844504	1.206962959	1.20704118	---	1.207378424	---	1.214062322	1.208615499	1.201133081
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	ω	ω	ω
Value	0.07468428	0.074478297	0.074631114	0.074448815	0.074405608	---	0.110807088	---	0.110480636	0.005722182	0.001022505
Parameter #3	a1	a1	b1	b1	a1	---	a	---	a	a1	a1
Value	0.394972246	0.422581147	0.39761583	0.425524184	0.192814137	---	0.92893978	---	0.915740344	0.14919984	2.73234E-16
Parameter #4	a2	a2	b2	b2	b1	---	---	---	λ	---	b1
Value	-0.072451061	-0.059538184	0.059538184	0.236557267	---	---	---	---	3.85545E-16	---	0.890214774
Parameter #5	---	---	---	---	---	---	---	---	μ Jump	---	---
Value	---	---	---	---	---	---	---	---	0.002426811	---	---
Parameter #6	---	---	---	---	---	---	---	---	σ Jump	---	---
Value	---	---	---	---	---	---	---	---	0.273034604	---	---

Diésel UBA:

Time Series Batch Fit Detail: Diésel Ultra Bajo Azufre
 Performed By: Roberto Bedolla Piñeyro
 Date: sábado, 12 de agosto de 2023 08:10:01 p. m.

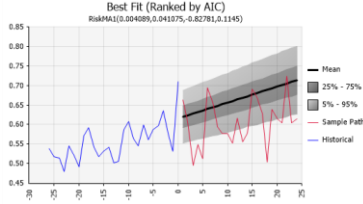


Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR[1.1262,0.05998]	RiskAR[2.1.1264,0.05997]	RiskMA[1.1.1253,0.06011]	RiskMA[2.1.1258,0.06000]	RiskARMA[1.1.1265,0.0	N/A	RiskBMMR[1.1262,0.09	N/A	RiskBMMRID[1.1149,0.0	RiskARCH[1.1114,0.00	RiskGARCH[1.1.1084,0.0
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	Auto Detect	---	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	0	---	0	0	0
Detrend	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	None	---	None	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	N/A	---	N/A	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#3	#9	#5	#9	#7	---	#4	---	#6	#1	#2
Akaike (AIC) Fit	-69.21919872	-67.22369515	-69.07047211	-67.18394219	-67.22583399	---	-69.21919872	---	-68.20381217	-72.70782102	-71.45450838
Bayesian (BIC) Rank	#3	#7	#5	#8	#6	---	#4	---	#9	#1	#2
Bayesian (BIC) Fit	-65.33168812	-62.04034769	-65.18296151	-62.00059472	-62.04248653	---	-65.33168812	---	-60.42879098	-66.02353141	-66.42212223
Parameters	3	4	3	4	4	---	3	---	6	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	μ	---	μ	μ	μ
Value	1.12623461	1.126362293	1.12525039	1.125817362	1.126455472	---	1.12623461	---	1.114851783	1.111390719	1.108361462
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	σ	---	ω	ω	ω
Value	0.059983203	0.059978133	0.0600158127	0.060027302	0.059975188	---	0.097096377	---	0.092688836	0.002065877	0.000830551
Parameter #3	a1	a1	b1	b1	a1	---	a	---	a	a1	a1
Value	0.304670358	0.299136484	0.299136484	0.377389021	1.188524939	---	---	---	1.528419788	0.259464644	0.232898086
Parameter #4	a2	a2	b2	b2	b1	---	---	---	λ	---	b1
Value	0.016907714	---	0.081908844	-0.08122085	---	---	---	---	1.43167E-15	---	0.448084364
Parameter #5	---	---	---	---	---	---	---	---	μ Jump	---	---
Value	---	---	---	---	---	---	---	---	-0.180526819	---	---
Parameter #6	---	---	---	---	---	---	---	---	σ Jump	---	---
Value	---	---	---	---	---	---	---	---	0.228413415	---	---

Combustóleo:



Time Series Batch Fit Detail: Combustóleo (Fuel oil)
 Performed By: Roberto Bedolla Prieto
 Date: sábado, 22 de agosto de 2023 10:10:01 p. m.



Model	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	ARMA(1,1)	GBM	BMMR	GBMID	BMMRID	ARCH(1)	GARCH(1,1)
Function	RiskAR1(0.0052209, 0.05)	RiskAR2(0.0043022, 0.04)	RiskMA1(0.004089, 0.04)	RiskMA2(0.0045483, 0.0)	RiskARMA1(0.004053, N/A)	N/A	N/A	N/A	N/A	RiskARCH1(0.0098214, 0)	RiskGARCH1(0.009410, 0.009410)
Data Transform	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	Auto Detect	---	---	---	---	Auto Detect	Auto Detect
Function	None	None	None	None	None	---	---	---	---	None	None
Shift	0	0	0	0	0	---	---	---	---	0	0
Detrend	First Order	First Order	First Order	First Order	First Order	---	---	---	---	First Order	First Order
Deseasonalize	None	None	None	None	None	---	---	---	---	None	None
Seasonal Period	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	---	---	---	---	N/A	N/A
Akaike (AIC) Rank	#5	#2	#1	#4	#3	---	---	---	---	#6	#7
Akaike (AIC) Fit	-75.22807863	-84.05998584	-85.06174377	-82.0903368	-83.81607378	---	---	---	---	-70.66996237	-69.88182534
Bayesian (BIC) Rank	#5	#2	#1	#4	#3	---	---	---	---	#6	#7
Bayesian (BIC) Fit	-71.45378902	-79.02759969	-81.28745416	-77.05795065	-78.78368763	---	---	---	---	-67.0133349	-65.00632204
Parameters	3	4	3	4	4	---	---	---	---	3	4
Parameter #1	μ	μ	μ	μ	μ	---	---	---	---	μ	μ
Value	0.005220904	0.004302234	0.004088997	0.004548314	0.004052987	---	---	---	---	0.009821392	0.009410238
Parameter #2	σ	σ	σ	σ	σ	---	---	---	---	ω	ω
Value	0.050638323	0.04005936	0.041074938	0.041911358	0.040153273	---	---	---	---	0.001960154	0.000835264
Parameter #3	a1	a1	b1	b1	a1	---	---	---	---	a1	a1
Value	-0.316485633	-0.421479588	-0.827814158	-0.289431419	0.041133323	---	---	---	---	0.509049867	0.377580404
Parameter #4		a2		b2	b1	---	---	---	---		b1
Value		-0.708972304		-0.519536134	-0.8997971	---	---	---	---		0.467917128
Parameter #5						---	---	---	---		
Value						---	---	---	---		
Parameter #6						---	---	---	---		
Value						---	---	---	---		