El efecto de la corrupción sobre el crecimiento económico desde la perspectiva del gobierno*

JORGE LUIS SOSA GARCÍA

***Resumen*— Un tema común en la literatura sobre el crecimiento económico es la relación entre gobierno y empresas. En esta literatura, el gobierno pone un impuesto al capital y transforma lo recaudado en bienes públicos que posteriormente pueden usar los contribuyentes para incrementar su producción. En el presente trabajo se toma la idea original de la literatura pero se modifica de forma que en lugar de estudiar el problema desde la perspectiva de las empresas, se hace desde la perspectiva del gobierno, además, se supone que la recaudación de los impuestos no llega en su totalidad a los bienes públicos, creando así una variable llamada corrupción. Esta corrupción se modela dentro de la función de producción y se mide el impacto que tiene en el crecimiento económico. Los resultados muestran que el impacto de la corrupción en el crecimiento dependerá del nivel de corrupción existente en la economía de la que se trate, teniendo dos posibles casos: un caso en el que el impacto es negativo incondicionalmente y otro en que será negativo cuando se cumpla una relación entre el nivel de impuestos que ponga el gobierno y el nivel de tecnología del que dispongan las empresas.**

I. Introducción

El crecimiento económico de un país puede entenderse de manera muy sencilla como el incremento en la producción de bienes y servicios en el mismo y es de suma importancia para cualquier sociedad, por ejemplo, si se analiza el producto interno bruto (PIB) per cápita como indicador del crecimiento económico, de acuerdo con los resultados de [1] y de [2], el PIB per cápita de los Estados Unidos (EE.UU.) pasó de $3,340 a $3,3330 dólares entre 1870 y 2000, lo cual se traduce en una tasa de crecimiento del 1.8% anual.

Sin embargo, pequeñas modificaciones en la tasa de crecimiento anual producen grandes diferencias en el incremento del PIB per cápita pues de acuerdo con [1] y [2], si la tasa de crecimiento de EE.UU. hubiera sido sólo de 0.8% (un punto porcentual menos que la tasa real), su PIB per cápita en 2000 hubiera sido únicamente de $9,450 dólares, mientras que si el crecimiento hubiera sido de 2.8% (un punto porcentual más que la tasa real), su PIB per cápita en 2000 hubiera sido de $127,000 dólares.

Resultados de esta naturaleza revelan porqué desde trabajos como [3], la economía ha centrado gran parte de sus esfuerzos en crear modelos para el crecimiento económico y como resultado de estos esfuerzos, los modelos ahora incluyen factores como el comportamiento competitivo, el equilibrio, la acumulación de capital físico y humano, la tasa de crecimiento de la población, el desarrollo de tecnologías y varios factores más.

En el presente trabajo se retoma la idea de [4] y [5], en los cuales se estudia la relación que existe entre el crecimiento económico y el papel que juega el gobierno en el mismo. En estos trabajos es el gobierno quien provee la inversión pública ya sea en forma de servicios de producción o en la redistribución de la riqueza mediante transferencias.

Estos trabajos crean una relación entre el nivel de gasto del gobierno (a través de impuestos) y la tasa de crecimiento, sin embargo, ¿qué sucede si parte de lo recaudado mediante impuestos desaparece?

En este trabajo se modifican las ideas de [4] y [5] en dos maneras:

1. Se plantea el problema desde la perspectiva del gobierno.
2. Lo destinado como ayuda a la producción es sólo una parte de lo recaudado, así, se supone una corrupción.

El principal objetivo del presente trabajo es medir el impacto que tiene la nueva variable de corrupción sobre el crecimiento económico, el cual deberá ser intuitivamente negativo.

Para estudiar esta relación se usarán herramientas de optimización dinámica junto con algunos conceptos económicos tales como competencia perfecta o precio sombra, los cuales se detallan en la sección siguiente.

II. Conceptos básicos

En el modelo propuesto por [5], el gobierno aplica un impuesto proporcional al capital (K) del que disponen las empresas a una tasa constante $\tau \in [0,1]$. Parte de esta recaudación se destina a la creación de bienes públicos (G) tales como autopistas, alumbrado público, entre otras, que a su vez, entran como insumos en la producción privada (Y).

La función de producción usada por [4] está dada por:

$$Y = AK^{\alpha}G^{1-\alpha}L^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \qquad \textbf{(1)}$$

Entenderemos por función de producción la relación entre la cantidad usada de factores de producción con la producción obtenida gracias a ellos.

En el caso de la ecuación (1), el factor A $(0 < A < 1)$ representa el nivel de tecnología disponible en la economía, valores de A cercanos a uno significan que la economía dispone de tecnología de punta, como el caso de Japón o EE.UU., mientras que valores de A cercanos a cero significan que la economía dispone apenas de las mínimos tecnológicos necesarios para la producción como en el caso de los países del África subsahariana.

JORGE LUIS SOSA-GARCÍA pertenece a la carrera de ACTUARÍA DE LA FACULTAD DE NEGOCIOS y realizó el proyecto dentro del curso TEORÍA DE DECISIONES. (Email: jorge_sosa_g@hotmail.com).

El proyecto fue asesorado por el DR. LUIS ANTONIO ANDRADE ROSAS.

* El presente trabajo muestra un resultado parcial de la investigación realizada por el Dr. Luis Antonio Andrade Rosas.

Por otro lado, L representa el trabajo. En el modelo se supone que el trabajo se oferta de manera inelástica, lo cual quiere decir que ante cualquier cambio en el salario, la oferta del trabajo es constante y para simplificación de los cálculos se toma $L = 1$.

La recaudación del gobierno mediante impuestos es τK, y se espera que bajo un gobierno transparente todo fuera destinado a la producción privada Y, esto es $G = \tau K$. En este trabajo se supone que el gobierno controla directamente un desvío de recursos, así, sea θ la proporción de ingresos del gobierno que es desviada, de tal forma que a la producción privada Y sólo llega:

$$G = (1 - \theta)\tau K \qquad \textbf{(2)}$$

Donde la parte que se desvía es $\theta\tau K$, recordando que el gobierno tiene el control sobre τ.
Nótese que la variable θ cambia respecto del tiempo, hecho que en la literatura se conoce como variable de estado, y se representa mediante $\dot{\theta}$.

Otro supuesto del modelo es que existe competencia perfecta, lo cual significa que las empresas carecen de poder para manipular el precio del mercado y por lo tanto, se tiene una maximización del bienestar.

La competencia perfecta resulta de una situación ideal de los mercados de bienes y servicios, donde es la interacción de oferta y demanda lo que determina el precio de bienes y servicios. En un mercado de competencia perfecta existe una gran cantidad de compradores (demanda) y vendedores (oferta), de manera que ningún comprador o vendedor individual puede ejercer influencia decisiva sobre los precios.

Una consecuencia de la competencia perfecta que se usa en el modelo es la existencia de precios sombra, que es el precio de referencia que tendría un bien (en condiciones de competencia perfecta), incluyendo los costos sociales además de los privados, esto es, representa el costo de oportunidad de producir o consumir un bien o servicio.

La herramienta matemática que se usará para resolver el problema planteado es la optimización dinámica. Para entender qué es la optimización dinámica basta con compararla con la toma de decisiones en la vida diaria, pues de acuerdo con [8]: “las decisiones presentes afectan las posibilidades de elección futura haciendo que algunas oportunidades estén o no en el rango de elección más tarde. De esta manera, las elecciones presentes afectan nuestro bienestar a lo largo de todo nuestro horizonte de planeación” (nuestra vida).

El punto clave de la optimización dinámica es precisamente la interdependencia existente entre las decisiones presentes y futuras pues si estas no dependieran unas de otras, se obtendría un beneficio máximo al elegir los máximos beneficios posibles en cada periodo de decisión, lo cual sería trivial.

En el problema planteado en este trabajo, se pretende maximizar los beneficios del gobierno a lo largo de toda su vida (en tiempo continuo), sin embargo, hay que tener en cuenta que el gobierno debe ajustarse a ciertas restricciones naturales, como por ejemplo, que no puede desviar la totalidad de lo recaudado mediante impuestos pues esto provocaría problemas sociales (algo que todos los gobiernos quieren evitar) y algunas restricciones más, por eso, en el problema de optimización se incluye una condición que regirá la toma de decisiones del gobierno.

Así, el problema puede plantearse de manera más formal como sigue: se parte de un sistema dinámico que evoluciona intertemporalmente por medio de una ecuación de estado que describe la dinámica evolutiva de cierta variable $x(t)$ llamada variable de estado desde una condición inicial x_0. Dicha evolución depende de una cierta función $u(t)$ sobre la cual se tiene cierto control, de ahí que se llame variable de control, y se intenta con ella influir en la evolución de $x(t)$ de modo que se maximice.

Las condiciones que garantizan la maximización del problema de optimización dinámica se conocen como el principio del mínimo/máximo de Pontryagin e involucran al Hamiltoniano del sistema (H). El Hamiltoniano es un concepto que permite maximizar la utilidad de un sujeto a lo largo de un horizonte temporal teniendo en cuenta la naturaleza dinámica del problema.

Así, las condiciones de maximización de Pontryagin son las siguientes:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\dot{\lambda}$$

Donde:

$$\dot{\lambda} = \frac{\partial \lambda}{\partial t}$$

III. METODOLOGÍA

El planteamiento del problema a resolver es el siguiente:

$$Max \quad U = \int_0^\infty \ln(G)\, e^{-\rho t} dt$$
$$s.a. \quad \dot{\theta} = \theta\tau K - G + rK$$

Donde $\ln(\cdot)$ es la función de utilidad del gobierno (debe tenerse en cuenta que se pueden usar otras funciones de utilidad tales como la raíz cuadrada u otras y que los resultados aquí presentados seguirán siendo válidos) y ρ representa un factor de descuento que muestra la impaciencia del gobierno por gastar, así, lo que se está maximizando es la utilidad descontada del gobierno a lo largo de todo el horizonte temporal.

La restricción del sistema es de esa forma pues el gobierno está sujeto a la proporción de impuestos que desvía ($\theta\tau K$), la parte restante de impuestos ($[1 - \theta]\tau K$) y la tasa mínima de ganancia que esperan tener las empresas por el capital que poseen (r).

De esta manera, el Hamiltoniano del sistema es el siguiente:

$$H = \ln(G)\, e^{-\rho t} + \lambda[\theta\tau K - G + rK]$$

De acuerdo con el principio del máximo de Pontryagin, las condiciones de optimización del sistema están dadas por:

$$H_G = 0 \qquad \textbf{(3)}$$

$$H_\theta = -\dot{\lambda} \qquad \textbf{(4)}$$

Donde $-\dot{\lambda}$ representa el precio sombra de la corrupción.
De la ecuación (3) se obtiene:

$$0 = H_G = \frac{1}{G} e^{-\rho t} - \lambda$$

De donde se sigue que:

$$\lambda = \frac{1}{G} e^{-\rho t}$$

Al derivar esta expresión respecto al tiempo (recordando que el gasto del gobierno depende del tiempo) obtenemos:

$$\dot{\lambda} = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = -\frac{1}{G} e^{-\rho t}\left(\rho + \frac{\dot{G}}{G}\right) \qquad \textbf{(5)}$$

Retomando las condiciones del principio del máximo de Pontryagin, tenemos que la ecuación (4) es equivalente a:

$$-\dot{\lambda} = H_\theta = \lambda\tau K \qquad \textbf{(6)}$$

Si ahora igualamos las ecuaciones (5) y (6) obtenemos la expresión para el crecimiento del gasto del gobierno, a saber:

$$\gamma_G = \frac{\dot{G}}{G} = \tau K - \rho \qquad \textbf{(7)}$$

Esta ecuación nos servirá más adelante para obtener una expresión del crecimiento del capital de las empresas, lo que en última instancia es lo que determina el crecimiento económico en el modelo de [5].
Para obtener dicha expresión, se reescribe la ecuación (2) de la siguiente forma:

$$K = \frac{G}{(1-\theta)\tau} \qquad \textbf{(8)}$$

Si se toman los logaritmos y se aplican sus propiedades, la ecuación (8) se transforma en:

$$\ln(K) = \ln(G) - \ln(1-\theta) - \ln(\tau) \qquad \textbf{(9)}$$

y al derivar dicha ecuación con respecto al tiempo se obtiene la expresión para el crecimiento del capital, a saber:

$$\gamma_K = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{G}}{G} + \frac{\dot{\theta}}{1-\theta} \qquad \textbf{(10)}$$

El último paso antes de mostrar que la corrupción impacta de manera negativa el crecimiento económico es encontrar una relación entre la ecuación (10) y la función de producción dada en la ecuación (1), para ello, se incorporará el desvío de recursos establecido en la ecuación (2) en la función de producción dada en (1), así, bajo el supuesto de competencia perfecta, al derivar Y respecto a K se obtiene la renta de capital (r):

$$r = \frac{\Delta Y}{\Delta K} = \alpha A(1-\theta)^{1-\alpha}\tau^{1-\alpha} \qquad \textbf{(11)}$$

Esta renta de capital es lo mínimo que se espera tener como ganancia en la producción al incrementar el capital, lo cual resulta de reescribir la ecuación (11) como $\Delta Y = r\Delta K$.

Al sustituir la ecuación (11) en la restricción del problema de maximización ($\dot{\theta} = \theta\tau K - G + rK$) y combinar el resultado con las ecuaciones (7) y (10) obtenemos la expresión deseada para el crecimiento del capital:

$$\gamma_K = \tau K - \rho + \frac{\theta\tau K - G + \alpha A(1-\theta)^{(1-\alpha)}\tau^{1-\alpha}K}{1-\theta}$$

En la sección siguiente se mostrará que:

$$\frac{d\gamma_K}{d\theta} < 0 \qquad \textbf{(12)}$$

y las implicaciones que tiene esta ecuación para el crecimiento de la economía y la tasa de impuestos óptima para propiciar el mismo.

IV. RESULTADOS OBTENIDOS

El derivar la expresión del crecimiento del capital respecto a la corrupción se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{d\gamma_K}{d\theta} = \frac{(1-\theta)^{1+\alpha}\tau K(2-3\theta) + (1-\theta)^2\alpha A\tau^{1-\alpha}K(\alpha-2)}{(1-\theta)^{\alpha+3}} \qquad \textbf{(13)}$$

Debido a que el denominador es siempre positivo y menor que uno, para satisfacer la condición de la ecuación (12) el numerador debe ser negativo.

Para mostrar que esto es así, primero debe observarse que los factores $(1-\theta)^{1+\alpha}\tau K$ y $(1-\theta)^2\alpha A\tau^{1-\alpha}K$ son positivos, por lo que si se desea que la expresión sea negativa los factores $(2-3\theta)$ y $(\alpha-2)$ deberán ser negativos.

El factor $(\alpha-2)$ es negativo por definición, y el factor $(2-3\theta)$ es negativo cuando

$$\theta \geq \frac{2}{3} \qquad \textbf{(14)}$$

Puede darse el caso de que la ecuación (14) no se cumpla en la práctica, por lo que para demostrar que el impacto de la corrupción en el crecimiento económico es siempre negativo (sin importar que valor tome θ), se mostrará que la ecuación (12) se cumple aún para valores de θ menores a $2/3$.
Para ello se reescribe la ecuación (13) como:

$$\frac{d\gamma_K}{d\theta} = \frac{\tau K}{(1-\theta)^2}(2-3\theta) + \frac{\alpha A \tau^{1-\alpha} K}{(1-\theta)^{\alpha+1}}(\alpha-2) \qquad \textbf{(15)}$$

Como se desea que la expresión sea negativa y sabiendo que el único factor negativo en la ecuación (15) es $(\alpha - 2)$, se debe cumplir:

$$\left|\frac{\tau K}{(1-\theta)^2}(2-3\theta)\right| < \left|\frac{\alpha A \tau^{1-\alpha} K}{(1-\theta)^{\alpha+1}}(\alpha-2)\right| \qquad \textbf{(16)}$$

Esta ecuación se puede reducir a $|(2-3\theta)\tau^{\alpha}(1-\theta)^{\alpha-1}| < |\alpha A(\alpha-2)|$.

Sabiendo que tanto $(2-3\theta)$ como $(\alpha-2)$ son siempre menores que dos y que $(1-\theta)^{\alpha-1}$ es menor a uno, la ecuación (16) se puede expresar como $|2\tau^{\alpha}| < |2\alpha A|$.
Como todos los factores de la última expresión son positivos, se puede prescindir del valor absoluto y así, encontrar una condición para que se satisfaga la ecuación (12) para valores de θ menores a $2/3$, a saber:

$$\tau^{\alpha} < \alpha A \qquad \textbf{(17)}$$

Esta condición muestra una relación directa entre la tasa de impuestos que pone el gobierno y el nivel de tecnología del que disponen las empresas de la economía, pues entre mayor sea la tasa de impuestos, mayor deberá ser el nivel de tecnología disponible para que el crecimiento económico no sea negativo.

Una interpretación intuitiva de la validez de la ecuación (17) es la siguiente: si se pone una tasa de impuestos suficientemente grande como para que la ecuación (17) no se cumpla, esto es $\tau^{\alpha} \geq \alpha A$, las empresas no tendrían incentivos a invertir su capital en dicho país pues la misma condición indica que el nivel de tecnología disponible es muy bajo, lo cual a su vez impediría que las empresas crecieran, frenando así también el crecimiento económico pues bajo los supuestos de los modelos usados en [4] y [5], son las empresas las que generan el crecimiento económico.

Una vez que se ha establecido la validez de (12), se mostrarán sus implicaciones para la tasa de impuestos óptima que el gobierno debe aplicar para propiciar el crecimiento económico. Para ello, usando los resultados de [5], sabemos que la expresión para el crecimiento de los impuestos está dada por:

$$\gamma_\tau = \frac{\partial r}{\partial \tau} - 1 \lesseqgtr 0 \qquad \textbf{(18)}$$

cuando $\tau \lesseqgtr [\alpha(1-\alpha)A]^{1/\alpha}$. Esto quiere decir que para tasas de impuestos pequeñas, el efecto que tiene el gasto del gobierno es a favor de la productividad y por lo tanto las ganancias (después de impuestos) aumentan proporcionalmente en τ. Por otro lado, para tasas de impuestos altas el efecto es contrario, las ganancias después de impuestos disminuyen proporcionalmente en τ. Esto quiere decir que la relación entre el la tasa de crecimiento de la economía y el impuesto a capital se representa mediante una curva U inversa: la tasa de crecimiento primero aumenta y luego disminuye cuando los valores de τ se incrementan progresivamente. Así, la tasa de impuestos óptima para maximizar el crecimiento está dada por:

$$\tau^* = [\alpha(1-\alpha)A]^{1/\alpha}$$

Usando el mismo razonamiento para el presente modelo en que se incluye la variable corrupción, la ecuación (18) mantiene su validez cambiando únicamente la condición en τ por $\tau \lesseqgtr [\alpha(1-\alpha)A(1-\theta)^{1-\alpha}]^{1/\alpha}$, lo cual representa la misma relación U inversa que en el modelo de [5] y por lo tanto, la tasa de impuestos óptima para maximizar el crecimiento económico en presencia de corrupción es:

$$\tau_\theta^* = [\alpha(1-\alpha)A(1-\theta)^{1-\alpha}]^{1/\alpha} \qquad \textbf{(19)}$$

Debe notarse que $\tau^* > \tau_\theta^*$ y que cuando no hay corrupción, la solución aquí obtenida coincide con la de [5].
Finalmente este resultado se puede usar para mostrar de manera un poco más rigurosa la validez de la ecuación (17). Si se sustituye la ecuación (19) en la ecuación (17), se obtiene $\alpha(1-\alpha)A(1-\theta)^{1-\alpha} < \alpha A$, lo cual se puede reducir a:

$$(1-\alpha)(1-\theta)^{1-\alpha} < 1$$

Lo cual es siempre verdadero por la definición de α y θ.

Esto muestra que incluso cuando se aplica la tasa de impuestos óptima para propiciar el crecimiento, el crecimiento es negativo, mostrando así que la corrupción es indiscutiblemente un factor a evitar para todas las economías del mundo.

V. CONCLUSIONES

Como se comentó en la introducción del presente trabajo, pequeños cambios en las tasas de crecimiento (especialmente a largo plazo) cambian de manera significativa la calidad de vida de los ciudadanos de dicho país. El presente trabajo muestra que la corrupción es uno de los muchos factores que pueden afectar de forma negativa el crecimiento económico de un país, además muestra que la corrupción impacta de manera directa a la tasa de impuestos que el gobierno debe poner al capital para producir bienes públicos, y como es lógico, impuestos más altos disuaden el interés de las empresas para invertir su capital, haciendo así de la corrupción un factor negativo para el crecimiento económico por partida doble.

El presente trabajo mantiene los resultados previamente establecidos por [4] y [5] y los amplía al introducir la variable corrupción.

Se muestra que esta nueva variable llamada corrupción siempre afecta al crecimiento económico, ya sea a mayor o menor escala, teniendo dos posibles casos:

1. Si debido a la corrupción se desvían el 66% o más de los bienes recaudados mediante impuestos, es el nivel de corrupción tan alto el que naturalmente frena el crecimiento del país.
2. Si se desvían menos del 66% de los recursos recaudados, la tasa de impuestos que se deberá imponer el gobierno para evitar que la corrupción afecte negativamente al crecimiento será la que

finalmente disuada a las empresas de invertir su capital en ese país frenando así el crecimiento económico.

Por todo lo anteriormente expuesto, se puede concluir que la corrupción es un factor que todos los países (y particularmente aquellos en vías de desarrollo) deben combatir, pues tiene grandes repercusiones a nivel económico, afectando el desarrollo de bienes públicos, el nivel de capital de las empresas e incluso el nivel de impuestos óptimo que se debe poner.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece a sus padres, hermano, familiares y amigos por su apoyo incondicional; a los profesores de la Facultad de Negocios de la Universidad La Salle, en especial al Mtro. Vladimir Vega y al Dr. Daniel López por su guía durante su formación académica.

Un agradecimiento muy especial al Dr. Luis Antonio Andrade, por su confianza y sus valiosos comentarios a las primeras versiones de este trabajo.

REFERENCIAS

[1] A. Maddison, “Dynamical forces in capitalist development,“ Oxford: Oxford University Press, 1991.

[2] A. Heston, R. Summers and B. Aten, “Penn world table version 6.1,” *Center for International Comparisons at the University of Pennsylvania (CICUP)*, October, 2002.

[3] A. Smith “An inquiry into the nature and causes of the wealth of nations,” New York: Random House, 1937.

[4] R. Barro, “Governmenty spending in a simple model of endogenous growth,” *Journal of political economy*, vol. 98, pp. 103-125, 1990.

[5] A. Alesina and D. Rodrik, “Distributive politics and economic growth,” Quarterly journal of economics, May, pp. 465-490, 1994.

[6] J. M. Oviedo, “Notas sobre optimización dinámica: cálculo de variaciones. Aplicaciones en economía,” Facultad de ciencias económicas: Universidad Nacional de Córdoba, 2006.

[7] L. A. Andrade, “Polìtica de impuestos, desigualdad, polarización y crecimiento económico,” Tesis doctoral, CEE, El Colegio de México, 2012.

[8] L. A. Andrade, “Crecimiento y desigualdad: una forma alternativa de medición a través de la distribución de ingresos,” Ex.Post, 2014.

[9] R. Barro y X. Sala-i-Martin, “Crecimiento económico,” Barcelona: Reverté, 2009.

[10] X. Sala-i-Martin, “Apuntes de crecimiento económico,” Barcelona: Antoni Bosch, 1994.