UNIVERSIDAD LA SALLE

FACULTAD DE NEGOCIOS

Con Reconocimiento de Validez Oficial de Estudios de la Secretaría de Educación Pública según acuerdo número 954315 de fecha 30 de octubre de 1995

TESIS

"CÁLCULO DE LA PRIMA DE UNA OPCIÓN FINANCIERA, POR MEDIO DE ÁRBOLES BINOMIALES, UN MODELO DE SIMULACIÓN PARA SU APLICACIÓN"

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA ECONÓMICA Y FINANCIERA

PRESENTA:

Lilia Araceli del Carmen Guinea Domínguez

Asesor de Tesis:

Dr. José Elías García Zahoul

México, Ciudad de México, 2023

Universidad La Salle. México

Ciudad de México, a 19 de mayo de 2023

ESP. GABRIEL NUÑEZ GONZÁLEZ
DIRECTOR DE GESTIÓN ESCOLAR
UNIVERSIDAD LA SALLE
PRESENTE

Le informo que el (la) C.

Lilia Araceli del Carmen Guinea Domínguez

Pasante de la Escuela o Facultad: FACULTAD DE NEGOCIOS

de la **UNIVERSIDAD LA SALLE**, de la Maestría en:

INGENIERÍA ECONÓMICA Y FINANCIERA

con reconocimiento de validez oficial de estudios de la Secretaría de Educación Pública según acuerdo número 954315 De fecha 30 de octubre de 1995

Ha elaborado el trabajo de tesis titulado: "Cálculo de la prima de una opción financiera, por medio de árboles binomiales, un modelo de simulación para su aplicación".

De conformidad con la modalidad para la obtención de grado aprobada para esta Maestría de acuerdo a lo establecido en el Reglamento General de las Universidades La Salle Integrantes del Sistema Educativo de las Universidades la Salle.

Cumplió con todos los requisitos y el trabajo que fue elaborado bajo la conducción del Dr. José Elías García Zahoul que fungió como asesor, tiene la calidad suficiente para ser la base de sustentación de su Examen de Grado por lo que se le autoriza presentarlo.

Mtro. Markel Israel Lehman Elizondo
Director Facultad de Negocios

Benjamín Franklin No. 45, Col. Condesa, Alc. Cuauhtémoc, Ciudad de México. CP 06140 | 800 LA SALLE (5272 553) +(52) 55 5278 9500 lasalle.mx

La Salle Red de Universidades México

DEDICATORIA.

Este trabajo, primeramente, quiero dedicarlo a Dios. Sin Dios, nada es posible; sin su voluntad, no se mueve la hoja del árbol. Gracias, Dios, por haberme permitido estudiar esta maestría y por este trabajo de investigación, el cual es fruto de la misma.

Ahora quiero hablar sobre alguien muy especial para mí: Paramahansa Yogananda. Gracias, gurú, por tus enseñanzas, por tu constante presencia en mi vida. El mencionarte aquí da pie a mi siguiente dedicatoria: mi madre.

Mamá, dedico este trabajo a ti, la mujer a quien más admiro, que con sus acciones y su ejemplo diario me muestra el camino de la dignidad, el honor y la valentía. Mi gran maestra, mi gran amiga. Gracias por todo el empeño que pusiste para que este sueño se materializara.

También este trabajo va dedicado a mis seres más queridos y cercanos pero que han abandonado este mundo: papá, Eddy, gracias por que en mis primeros 8 años de vida me diste tu ternura, cariño y amistad. Nunca olvidaré que siempre me decías que la educación es mi mejor carta de recomendación. Espero que desde donde estés puedas ver y te sientas orgulloso de la mujer en quien me he convertido.

A ti, mi querida abuelita Ele, Bábushka, como solía decirte, quiero principalmente dedicar este trabajo de tesis. Por todo lo que me enseñaste, por todo lo que compartimos. Gracias por tanto amor y por tanto cariño. Te extraño y me siento rara de no haberte podido mostrar mi trabajo. "Bendito y alabado sea por siempre el Santísimo Sacramento del Altar". Esta fue la última oración que dijiste. Te quiero mucho.

Ahora quiero agradecer a otros dos miembros de mi familia, no necesariamente humanos, pero que han estado acompañándome con su cariño y alegría todo este tiempo: mis perritos Jack y Red. Gracias por su incondicional amor. Este trabajo también va dedicado a ustedes.

Por otro lado, quiero dedicar este trabajo a una persona maravillosa que ha dejado huella en mi vida. Profesor José Roberto Bautista Atenógenes, usted fue mi maestro de cálculo y posteriormente tuve la fortuna de volver a coincidir con usted en la maestría, donde me enseñó sobre modelos econométricos. Gracias a sus enseñanzas, he podido ver el mundo desde distintas y amplias perspectivas. Así que dedico este trabajo a su impecable labor docente y a su compromiso con los ideales LaSallianos de acompañamiento. Dios lo bendiga.

Este trabajo también está dedicado a mi profesor y también asesor de tesis: el Dr. José Elías García Zahoul. Gracias por su compromiso, perseverancia y resiliencia. Usted es un ejemplo de respeto y profesionalismo. Gracias por tener fe en mí y en este trabajo. A mis sinodales, entre ellos el Mtro. Bruno Díaz Bou, por el tiempo que empleó en revisar mi tesis, su trabajo al igual que sus pertinentes correcciones y observaciones.

Esta tesis también va dedicada al C.P. Agustín Elías Espinosa. Gracias por siempre haberme apoyado. Gracias a Dios por la bendición y el milagro de haberlo encontrado en mi

camino, sin su ayuda no me hubiera sido posible estudiar esta maestría, entre otras disciplinas.

A la Mtra. Ana Marcela Castellanos, Vicerrectora Académica, quien tiene toda mi admiración y respeto por su gran trayectoria y labor no solo en la docencia sino en la gestión académica. En verdad, tocó mi vida.

Además, quiero dedicar el presente trabajo al Mtro. Markel Lehman Elizondo, Director de la Facultad de Negocios. Gracias por escucharme con apertura y por siempre ayudarme a encontrar las soluciones. Eso es lo que hace un gran líder. Esta tesis también va dedicada a la Mtra. Mary Carmen Pereda Barrios en agradecimiento a sus consejos y a su ejemplo.

Finalmente, este trabajo va dedicado a mis más cercanos amigos que de una manera u otra me han acompañado, escuchado y estado ahí, siempre con palabras de aliento: Francisco Nente, Elena Arce y Sarah Bender. Ustedes me ayudaron cada vez que quería darme por vencida.

Quiero agradecer a la Universidad La Salle, en particular a la Facultad de Negocios y a todos mis maestros del programa de la Maestría en Ingeniería Económica y Financiera.

“Solo hay un momento importante y es el ahora, pues tan sólo tenemos dominio sobre el presente; la persona más importante es siempre esa con la que estás; y la acción más importante es ser bondadoso con ella, porque para eso es que fuimos enviados a este mundo, para ser bondadosos con los demás.”

Lev Tolstoi.

TABLA DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE ECUACIONES

INTRODUCCIÓN.

La estructura de la investigación es la siguiente: en el **Capítulo I** se exponen los antecedentes y el contexto histórico bajo el que surgen los instrumentos financieros conocidos como derivados, en particular las opciones. De igual forma, la sección de Antecedentes tiene como objetivo, poner en contexto al lector, sobre la importancia de dichos instrumentos y cómo han sido empleados a lo largo de las más recientes crisis financieras tanto a nivel país como a nivel mundial.

Adentrándose más en el capítulo, se encuentra el planteamiento del problema. Es aquí donde se resalta la importancia de que, tanto estudiantes como participantes en el medio financiero en México conozcan distintos modelos para el cálculo de precios de opciones de activos subyacentes, el funcionamiento de los mismos y la interpretación de los resultados que dichas metodologías arrojen. Uno de los problemas que existe, entre otros, es que la herramienta matemática empleada provoca que solamente se tomen los resultados obtenidos al correr los modelos sin mayores cuestionamientos ni un análisis a profundidad.

Una vez planteado el problema, se procederá a la identificación y delimitación del mismo. Muchos profesionistas fueron contratados para gestionar riesgos en diversas empresas, quienes, al no contar con experiencias históricas en crisis financieras fracasaron en lo que a mitigar los riesgos se refiere, pues, aunque sus cálculos y la metodología al aplicar los modelos matemáticos existentes fueron correctos, no tenían la posibilidad de incluir información histórica en los mismos.

Este trabajo tiene como objetivo fomentar el uso de la simulación en las aulas, ya que es una herramienta importante para llevar a cabo una evaluación eficiente de riesgos en las empresas. Se propone crear un modelo de simulación utilizando macros de Excel, que permita a cualquier estudiante comprender cómo interpretar los resultados que arroja la herramienta. En este modelo se analizará el cálculo de la prima de un "call" o "put" mediante la metodología de árboles binomiales. Dichos resultados serán comparados con el método de simulación de Black – Scholes – Merton. Finalmente, se presentarán las preguntas, objetivos y justificación del trabajo.

Posteriormente se aborda el **Capítulo II** en el que se realiza una descripción del contexto y de los conceptos clave del mercado de derivados. Se hace una introducción a los instrumentos financieros derivados, sus características principales y algunos eventos asociados a ellos, como la crisis financiera del 2008, y el contexto actual debido a la pandemia por Covid-19 que se vive en la actualidad. Además, se hace énfasis en la necesidad del mercado de derivados y de igual forma se realiza una revisión (definición y características) de los diferentes instrumentos derivados como futuros, forwards, opciones y swaps.

Luego, pasando al **Capítulo III**, se definen formalmente las opciones financieras, su clasificación y características. Se habla de algunas de las distintas estrategias de cobertura en las que pueden ser utilizadas, así como los distintos factores que influyen en el precio de las opciones financieras. Finalmente, el capítulo se enfoca en las opciones de compra y venta tanto europeas como americanas, presentando las similitudes y diferencias de cada tipo al igual que sus respectivas ventajas y desventajas y la relación que existe entre ellas.

En el **Capítulo IV**, se exponen dos de los distintos métodos para el cálculo del precio de opciones financieras. Se describe brevemente el contexto bajo el que se desarrolló el modelo de Cox – Ross – Rubinstein, así como sus distintos supuestos y la matemática detrás de esta metodología. De manera similar, también se describe el modelo de Black – Scholes – Merton, sus supuestos y ecuaciones para el cálculo del precio de las opciones. Cabe resaltar que para ambas metodologías es necesario adentrarse en la teoría de procesos estocásticos, entonces, si el lector desea ahondar en ella, puede referirse al **Anexo A**.

En el **Capítulo V**, se presenta el modelo de simulación de árboles binomiales creado utilizando las macros de Excel. En este capítulo se describe a detalle el funcionamiento de dicho modelo y se incluyen varias capturas de pantalla del mismo para que el lector tenga una clara visualización y funcionamiento del mismo. Se pensó en su elaboración, que fuese lo más sencillo posible en su operación; ya que, no se requiere que el usuario sea un “experto” en el conocimiento de los instrumentos financieros derivados, más bien está enfocado a usuarios que, teniendo un mínimo de conocimientos en finanzas, requiera del manejo y entendimiento del cálculo de precios de primas de opciones financieras. Así también, se puede realizar un análisis del tipo “qué pasa si”, es decir, un manejo de escenarios.

El modelo contiene un menú con distintas opciones, para capturar datos de entrada, luego para proceder a los cálculos del precio de las opciones de manera mensual, semanal y diaria, para ver un resumen de los resultados obtenidos, incluyendo un comparativo, únicamente con fines ilustrativos, con los resultados que se obtendrían mediante la aplicación del modelo de Black – Scholes – Merton. La convergencia del modelo de cálculo, mediante la simulación, se apreciará mejor en la sección de gráficas que se incluye en el mismo.

Una vez teniendo una clara idea de cómo funciona el modelo, se presentan cuatro ejemplos de distintas emisoras donde se hacen variar distintos parámetros de entrada. Aquí se comentan los resultados obtenidos con base en el modelo, pero también considerando el contexto socio económico y político a nivel país y a nivel mundial de cada emisora. El código de Visual Basic usado para la realización del modelo (las macros), el lector lo puede consultar en el **Anexo B.**

El **Capítulo VI** presenta las conclusiones obtenidas a partir de los resultados analizados en el capítulo anterior, así como algunas posibilidades de desarrollo futuro del trabajo, con especial atención al uso de opciones financieras como método para cubrir los riesgos.

CAPÍTULO I: DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN.

I.1. Antecedentes.

La práctica de negociar opciones se ha popularizado desde la década de 1970. En el año 1973, las opciones de compra comenzaron a negociarse en el Chicago Board of Options Exchange (CBOE o bien, en español, la Bolsa de Opciones de la Junta de Chicago) y posteriormente, en 1977, se agregaron al mercado las opciones de venta, debido al aumento del volumen de transacciones en este tipo de activos. (Poitras, 2009). Antes de que se estableciera el CBOE, la negociación de contratos de opciones en los Estados Unidos había ocurrido durante un largo periodo, pero siempre en mercados no institucionalizados.

Don Chance (2008) destaca que el mercado de opciones aunado a la publicación de los trabajos de Black, Scholes y Merton (p. 10) representaron un gran impulso a esta área de las finanzas. Además, el avance de las tecnologías ha permitido que las operaciones se realicen en un entorno más amplio. En consecuencia, una creciente integración alcanzó su máximo nivel algunos años después del inicio del nuevo milenio. En 1994, se llevó a cabo la fusión entre COMEX, la bolsa de comercio de futuros de metales más importante del mundo (oro, plata, cobre y aluminio), y NYMEX, la Bolsa de Comercio Mercantil de Nueva York.

La compañía estadounidense de mercados globales, CME Group Inc., se ha consolidado como la bolsa de derivados financieros más grande del mundo tras un proceso de fusión con el Chicago Board of Trade (CBOT) en 2007, y la adquisición de NYMEX en 2008. La unión de estas bolsas ha creado el mayor operador de mercados de derivados del mundo, ahora conocido como CME Group. El actual mapa financiero global no ha surgido por casualidad, sino que se ha visto influenciado por las innovaciones que han tenido lugar en el ámbito financiero en general, y de los derivados en particular. (Fisanotti, 2014).

La supervivencia, a largo plazo, es uno de los objetivos primarios de cualquier empresa y quizá el reto más grande, entre los muchos a los que se enfrentan las micro y pequeñas empresas. Las empresas operan en un mercado que no es perfecto y que está afectado por una serie de factores, tales como la información asimétrica, los costos de quiebra, los costos de transacción, los impuestos corporativos y los préstamos a altas tasas de interés. Conscientes de estos riesgos, las empresas ven la necesidad de protegerse y, por ello, utilizan instrumentos de cobertura para minimizar los efectos negativos de dichos factores. (Barría, 2020).

Dentro de los instrumentos financieros de cobertura, se encuentran los derivados financieros. Estos son instrumentos que se utilizan para mitigar el riesgo financiero y cuya valoración se basa en un activo de referencia, también conocido como el activo subyacente, el cual puede ser un tipo de cambio, una tasa de interés, una mercancía o cualquier otro activo. Asimismo, estos instrumentos generan tanto derechos como obligaciones para las partes que participan en ellos (Castro, 2004).

Cabe mencionar que por commodity se entiende un producto básico, de origen primario, que se comercializa en los mercados internacionales y que tiene un valor universalmente reconocido y estandarizado en función de su calidad y características físicas. Algunos ejemplos comunes de “commodities” incluyen materias primas como el petróleo, el oro, la plata, el maíz, el trigo, la soja, el cobre, entre otros. Estos productos son utilizados en múltiples industrias y sectores, y su precio puede fluctuar en función de la oferta y la demanda del mercado, así como por factores como la política, la economía y el clima.

Jin y Jorion (2006) De acuerdo con algunos expertos, los derivados financieros pueden estar relacionados con dos tipos de actividades: la cobertura y la especulación. La distinción entre ambas actividades se basa en el objetivo que se persigue con el contrato adquirido. Por otra parte, muchas empresas utilizan los derivados financieros con el fin de protegerse ante los riesgos financieros, y también recurren a préstamos para financiar sus operaciones a corto plazo. (pp. 893-919).

Debido a que las empresas operan en un mercado con imperfecciones que generan riesgos, surgen dos teorías para abordar este problema: la primera es la hipótesis de maximización de la riqueza de los directivos, mientras que la segunda se basa en la maximización de la riqueza de los accionistas (Kovacevic y Olstad, 2011). Según la hipótesis de maximización de la riqueza de los accionistas, las empresas pueden aumentar su valor al utilizar instrumentos de cobertura, ya que esto les permite disminuir los costos asociados a las transacciones, así como los impuestos y los costos anticipados derivados de posibles dificultades financieras.

La crisis financiera de 2008 tuvo un impacto significativo en las empresas que empleaban herramientas de cobertura para protegerse contra los riesgos de tipo de cambio y tasa de interés. Según la teoría de cobertura, se supone que el uso de instrumentos de cobertura debería aumentar el valor de la empresa (Gézcy et al. 1997).

De acuerdo con Ramírez (2001) debido a la crisis financiera de 2008, diversas empresas importantes establecidas en México experimentaron importantes pérdidas debido al uso de instrumentos financieros (pp. 53-60). Entre las empresas afectadas por el uso de instrumentos financieros se encuentran Comercial Mexicana, Gruma, Vitro, Alfa, Bachoco, Grupo Industrial Saltillo, Autlán y Grupo Posadas. Estas empresas no pudieron cumplir con el valor de los contratos derivados contraídos y sufrieron grandes pérdidas como resultado. En particular, Comercial Mexicana fue una de las empresas más afectadas, con una deuda que llegó a mil ochenta millones de dólares, equivalente al veinticinco por ciento de sus activos, y que casi llevó a la empresa a la bancarrota (Ramírez et al., 2008).

En México, algunas empresas tomaron préstamos en moneda extranjera debido a que las tasas de interés eran más bajas en el extranjero en comparación con las tasas de interés locales (Kamil et al. 2009). Nuevamente, según Kamil et al. (2009), las empresas mexicanas obtuvieron créditos en dólares y euros a pesar de la moneda extranjera, debido a la estabilidad que había mostrado el peso entre 2002 y 2008. Además, estas empresas adquirieron estructuras de opciones complejas que apostaban contra la depreciación del peso y también las utilizaron como una fuente de financiamiento arriesgada, dada la moneda extranjera involucrada.

Ramírez y Bello (2008) mencionan que algunas compañías en México adquirieron contratos derivados con la finalidad de obtener beneficios apostando por la estabilidad del tipo de cambio (pp.10-14). De manera similar, Morales (2009) indica que empresas mexicanas compraron instrumentos derivados como futuros y forwards sobre el tipo de cambio del dólar (pp. 5-10).

El uso de instrumentos derivados a nivel internacional ha causado enormes pérdidas a empresas, bancos, familias, aseguradoras y países (García et al., 2009). Algunos casos destacados incluyen la familia Hunt, que sufrió una pérdida de aproximadamente 1,500 millones de dólares en un día por el uso excesivo de futuros de plata; el Banco Barings, que perdió 1,300 millones de dólares en operaciones especulativas en derivados; y la China Aviation Oil Corporation, que tuvo una pérdida de 550 millones de dólares por operaciones con opciones de petróleo (Treviño, 2011).

Así también, los instrumentos financieros derivados jugaron un papel importante en la quiebra del Banco Lehman Brothers Holding Inc. en septiembre de 2008, ya que dicho banco había invertido en una gran cantidad de valores respaldados por hipotecas de alto riesgo, conocidos como "subprime", que se habían vendido como instrumentos financieros complejos llamados CDO (obligaciones de deuda colateralizadas). Estos CDO se vendieron y negociaron como valores respaldados por activos (ABS) y se utilizaron para crear otros productos financieros complejos, como los llamados "CDO sintéticos".

Cuando el mercado de la vivienda se desplomó y la tasa de morosidad en los préstamos hipotecarios “subprime” aumentó, los valores respaldados por hipotecas y los CDO relacionados perdieron gran parte de su valor. Esto tuvo un efecto en cadena en los mercados financieros y provocó que los inversores perdieran la confianza en las instituciones financieras que poseían grandes cantidades de estos valores respaldados por hipotecas de alto riesgo.

Lehman Brothers se vio obligado a declararse en quiebra debido a su exposición a estos productos financieros complejos y a su incapacidad para obtener financiación para cubrir sus pérdidas. La quiebra de Lehman Brothers tuvo un efecto dominó en el sistema financiero global y contribuyó a la crisis financiera de 2008.

La descripción previa conllevó una inestabilidad en los mercados financieros que provocó una devaluación del peso frente al dólar. Como resultado, las empresas que habían obtenido instrumentos financieros relacionados con el tipo de cambio experimentaron una considerable cantidad de deuda, lo que llevó a grandes pérdidas y, en algunos casos, al borde de la quiebra.

Por ello, y ante los retos de la crisis sanitaria, derivada por la pandemia de Covid-19, adquiere relevancia una mayor comprensión de los productos derivados y sus riesgos implícitos. Es por esto por lo que en el presente trabajo se pretende proporcionar un conocimiento básico (a operarios de distintas empresas) sobre el mercado de opciones y los principales modelos de cálculo del precio de las mismas.

I.2. Planteamiento del problema.

El mercado de derivados en México está en pleno desarrollo, su principal objetivo radica en el manejo del riesgo financiero de una empresa o de una persona. Entre estos instrumentos se espera que las opciones jueguen un rol esencial debido a su gran versatilidad. Las opciones financieras son instrumentos que otorgan al comprador el derecho y al vendedor la obligación de realizar una transacción a un precio fijado en una fecha convenida.

Las opciones son ampliamente utilizadas por los “brokers” (persona que, por oficio, actúa como intermediaria en operaciones de compra y venta de valores financieros y de acciones que cotizan en bolsa) para obtener cobertura a sus inversiones, disminuyendo así el riesgo al que está intrínsecamente ligada su actividad.

Por ejemplo, una opción se puede utilizar para minimizar el riesgo relacionado con las variaciones de tipo de cambio de divisas que afecta al comercio internacional. Además, las opciones pueden también generar ganancias acertando con las previsiones acerca de las tendencias futuras del mercado. Según los especialistas, los momentos de mayor volatilidad de los mercados, son aquellos en los que más se puede ganar o perder con las opciones.

Debido a lo antes mencionado y con el fin de obtener el máximo beneficio de las opciones, es indispensable realizar un estudio de las mismas y el cálculo de sus precios. Estas pueden realizarse a través de dos fórmulas principalmente: la de Black and Scholes, cuyos autores por su trabajo, se hicieron acreedores al Premio Nobel en 1997 y la otra es el Árbol Binomial.

Algunos estudiantes y participantes en el sector financiero en México encuentran problemas con los modelos matemáticos utilizados debido a que éstos son muy complejos y utilizan fórmulas que van más allá de su nivel de conocimiento. Esto ha llevado a que, en algunos casos, se utilicen dichas fórmulas como una "caja negra", sin cuestionar los resultados obtenidos, especialmente porque existen paquetes de software y aplicaciones que facilitan su uso. Sin embargo, esta actitud puede desalentar el deseo de comprender los principios detrás de estos modelos.

El objetivo que se pretende conseguir, es que los empleados y/o estudiantes; con cierto interés y desarrollo en el medio financiero, que pueda pensar que la matemática utilizada para el cálculo del precio de la prima de una opción financiera sea en extremo compleja, al hablar de límites de funciones; ecuaciones diferenciales; procesos estocásticos, entre otros conceptos y que lo puedan desalentar en su desarrollo profesional, tengan acceso a una herramienta sistémica, en dónde no se requiera conocer a fondo la herramienta matemática del funcionamiento de la metodología de cálculo y le proporcione la oportunidad de explorar alternativas de entendimiento y la creación de escenarios para el enriquecimiento de su conocimiento.

I.3. Identificación del problema.

La globalización permite a las empresas mayor participación en el mercado de derivados. Estos instrumentos ayudan a las empresas a reducir costos para ser competitivos, aumentar su financiamiento y buscar medios para protegerse de las fluctuaciones de los precios de los “commodities”, del tipo de cambio y de la tasa de interés, entre otros. Por ello una gran proporción de empresas participa en el mercado de derivados, y adquiere instrumentos de cobertura que les permitan protegerse contra distintos tipos de riesgos.

> Las teorías de cobertura señalan que las empresas con base en el entorno corporativo, expuestas al riesgo financiero, cambiario y que además están orientadas al mercado exterior, eligen cubrirse del riesgo. Con lo cual se protegen de la exposición al riesgo y a su vez el valor de la empresa aumenta. Esto es, porque la cobertura permite reducir problemas de financiamiento y los costos asociados de la exposición al riesgo. La información asimétrica, diferencias en los costos de transacción, costos de quiebra y los impuestos corporativos, son razones para cubrirse del riesgo. (Kozikowksi, 2007, pp. 286-290).

Sin embargo, cabe aclarar que aunque el objetivo primario de la compra de opciones es obtener una protección contra movimientos adversos en el precio de un activo subyacente o generar una ganancia potencialmente ilimitada a partir de un movimiento favorable en el precio del activo subyacente, las opciones también pueden ser utilizadas como herramientas de especulación, permitiendo a los inversores obtener ganancias a partir de los movimientos en los precios de los activos subyacentes, sin tener que poseer realmente el activo. En este caso, la compra de opciones es una forma de obtener una exposición apalancada al mercado con una inversión relativamente pequeña en comparación con la compra directa del activo subyacente.

La integración económica permite a las empresas obtener insumos y préstamos en otros países con precios y tasas de interés más bajos que en su país de origen. A pesar de la estabilidad del tipo de cambio peso-dólar entre 2002 y 2008, algunas empresas en México adquirieron instrumentos de cobertura para asegurar su estabilidad financiera. Dichas empresas evaluaron sus necesidades y adquirieron los instrumentos de cobertura adecuados para protegerse en mayor medida.

Sin embargo, tras la crisis financiera de 2008 se observó que muchas empresas mexicanas no estaban utilizando los instrumentos derivados de manera adecuada. En lugar de utilizarlos para cubrir sus riesgos, los utilizaban para especular. Según Kamil et al. (2009), algunas empresas se involucraron en operaciones especulativas con derivados en moneda extranjera, lo que las dejó expuestas a los movimientos del tipo de cambio (pp. 15-20).

En lugar de cubrir su exposición a dichos movimientos, algunas empresas tomaron grandes posiciones especulativas en derivados para aprovechar la apreciación de la moneda local y las diferencias positivas entre las tasas de interés locales y las tasas en dólares de Estados Unidos, que en general eran más bajas.

Algunas empresas en México compraron contratos de derivados apostando por la estabilidad del tipo de cambio. Estas empresas creían que el peso mantendría su estabilidad, pero esto no sucedió y el peso se depreció llegando a niveles de hasta catorce pesos por dólar. Como resultado, las empresas no pudieron cubrir sus deudas a corto plazo que surgieron debido al uso excesivo de derivados financieros (Ramírez y Bello, 2008).

Morales (2009) argumenta que las empresas en México se ven expuestas a riesgos financieros relacionados con las variaciones en el tipo de cambio y las tasas de interés, lo que puede afectar el costo de los créditos que deben pagar en moneda extranjera. Para mitigar estos riesgos, las empresas adquieren instrumentos financieros derivados de cobertura. Sin embargo, Morales indica que algunas empresas han utilizado estos instrumentos no con el objetivo de cubrirse, sino para obtener beneficios financieros a través de la especulación (pp. 5- 8).

A partir de la crisis financiera ocurrida en México en 1995, derivada del conocido coloquialmente como "error de diciembre de 1994" frase acuñada por Salinas, en las empresas se produjo un evento de creación de departamentos de análisis de riesgos financieros, contratando a profesionistas con conocimientos especializados en la materia; sin embargo, al no contar con experiencias históricas similares en este tipo de eventos, no tenían la posibilidad de incluir esta información en la elaboración de sus modelos, con lo cual la herramienta de simulación toma importante relevancia.

I.4. Delimitación del problema.

Con base en el punto anterior, cabe preguntarse: ¿los profesionistas en las empresas, especializados en riesgos, hicieron mal su trabajo? La respuesta es un claro y contundente no. Lo que sucede es que no se incluyeron factores relevantes en los modelos para contar con más información y evaluar la toma de decisiones con eficiencia.

La poca experiencia en el tema de los instrumentos financieros derivados, en particular de las opciones financieras, sumado al nulo análisis de los posibles escenarios económicos financieros, dio como resultado que se cuestionara la eficacia de dichos instrumentos.

Pero, las opciones financieras funcionan adecuadamente. Dejan de ser eficientes cuando se usan de manera inadecuada, Sin embargo, eso no significa que no se puedan hacer uso de estos instrumentos para obtener ganancias en escenarios especulativos.

La situación económica que se está viviendo en la actualidad a nivel mundial, por la pandemia de COVID-19; tasas de interés altas para contener la inflación, escenarios de posible recesión en el Reino Unido (UK) y los Estados Unidos de América, es un área de oportunidad que las universidades deben aprovechar, para preparar a sus alumnos en el uso de estas herramientas tecnológicas y obtengan las capacidades y habilidades en el análisis de posibles escenarios de incertidumbre.

Es por ello que la herramienta de simulación toma gran relevancia en las aulas y en las áreas de evaluación de riesgos financieros; ya que, proporciona visiones alternas acerca del funcionamiento de las opciones financieras, al considerar diferentes escenarios económicos financieros, evaluar los posibles resultados de distintas estrategias de aplicación y debería ser considerada para preparar a los alumnos y los empleados para realizar un trabajo eficiente de evaluación de riesgos en las empresas.

La propuesta que se analiza es la realización de un modelo de cálculo de la prima (prima “call”, prima “put”) de una opción financiera mediante una hoja de cálculo de Excel, haciendo uso de macros, para automatizar la metodología de cálculo conocida como Árboles Binomiales.

I.5. Preguntas de investigación.

I.5.1. Pregunta Principal.

¿El empleo y elaboración de los modelos de simulación para estimar el costo de la prima de una opción financiera (“call” o “put”) mediante una herramienta informática de amplio uso permite el acercamiento de las pequeñas empresas al mercado de coberturas?

I.5.2. Preguntas específicas.

1. ¿Por qué mostrar el uso de los modelos de valuación de la prima de una opción financiera mediante la simulación de los modelos de Black-Scholes y de árboles binomiales en el software Microsoft Excel?

2. ¿Por qué calcular medidas de bondad de estimación para la prima de una opción financiera analizando los resultados estadísticos de las simulaciones de los modelos de valuación?

3. ¿Para qué simular diferentes escenarios para el cálculo del costo de la prima de una opción financiera mediante la especificación de los modelos de Black-Scholes y de árboles binomiales?

I.6. Objetivos de la investigación.

I.6.1. Objetivo General.

Ilustrar el uso de algunos modelos de opciones para estimar el costo de la prima de una opción financiera (“call” o “put”) mediante una herramienta informática de amplio uso que permita el acercamiento de las pequeñas empresas al mercado de coberturas.

I.6.2. Objetivos específicos.

1. Mostrar el uso de los modelos de valuación de la prima de una opción financiera mediante la simulación de los modelos de Black-Scholes y de árboles binomiales en el software Microsoft Excel.
2. Calcular medidas de bondad de estimación para la prima de una opción financiera analizando los resultados estadísticos de las simulaciones de los modelos de valuación.
3. Simular diferentes escenarios para el cálculo del costo de la prima de una opción financiera mediante la especificación de los modelos de Black-Scholes y de árboles binomiales.

I.7. Justificación.

En un mundo globalizado y sujeto a distintos escenarios de riesgos económicos, como el que estamos viviendo a nivel mundial, es oportuno contar con herramientas didácticas que muestren a la población interesada cómo utilizar modelos econométricos para protegerse ante dichos riesgos. Además, es deseable que el uso de las herramientas sea lo suficientemente simple y flexible para que estas sean, además de robustas, amigables para con el futuro usuario.

Es así como se puede afirmar, que una de las ventajas de los modelos de simulación es que permiten analizar el comportamiento de diferentes variables, sin dañar el sistema real y sin poner en riesgo el capital de la empresa. Por esto, si la y el estudiante forma parte de su propio aprendizaje, involucrándose en la elaboración de un modelo de cálculo y de simulación, en donde va viendo la interacción de todos los factores y lo construye desde el inicio, lo valorará de una forma diferente, en contraste a si sólo sigue instrucciones y no conoce completamente los porqués de hacer o no cierta acción.

Lo anterior se logra si la herramienta que se usa es de uso común, como lo es la hoja electrónica de cálculo Excel y las macros, para la realización de cálculos de manera iterativa, permitiendo al usuario un ambiente amigable en el uso del mismo.

Otra de las ventajas de elaborarlo en la hoja electrónica de cálculo de Excel, es sin duda, su diseño de acuerdo a las necesidades del usuario. Hacerlo simple y sólo con los elementos requeridos y/o mínimos solicitados para el entendimiento de la metodología de Árboles Binomiales. En este sentido, se considera como una herramienta de primer acercamiento a la metodología de cálculo de la prima de una opción financiera. Es claro que existen en el mercado, una amplia variedad de herramientas de software para el cálculo de la prima de una opción financiera; sin embargo, éstas están construidas para especialistas en análisis de riesgos con altos conocimientos; tanto académicos como tecnológicos en riesgos financieros, que incluyen información para la elaboración de estrategias extremadamente sofisticadas con opciones financieras y cuyo análisis, no es el objetivo del presente trabajo.

Es importante hacer mención que, la metodología de cálculo del precio de la prima de una opción financiera “call” o “put”, de Árboles Binomiales, es una metodología probada matemáticamente; sin embargo, su aplicación en la realidad es ambigua en el sentido en que no menciona cuál de los últimos nodos del árbol se debe elegir para el cálculo del costo de la prima de la opción financiera.

Es por ello por lo que, en el caso de querer aplicar dicha metodología, se requiere de un procedimiento claro y sencillo de entender para determinar en qué nodo termina el árbol y cómo determinar el costo de la prima de la opción financiera “call” o “put”. La herramienta de simulación es una solución apropiada.

Por otra parte, la simulación es una herramienta de entrenamiento de personal, que es utilizada en todo el mundo para que la o el especialista obtenga conocimientos de experiencia en áreas específicas del conocimiento. La Universidad la Salle cumple con uno de sus objetivos principales, que es la preparación de profesionales con valores y conocimientos sólidos, en las áreas de especialidad y maestrías al incluir este tipo de prácticas y herramientas didácticas.

CAPÍTULO II: EL MERCADO DE PRODUCTOS FINANCIEROS DERIVADOS Y SUS INSTRUMENTOS.

El presente capítulo tiene por objetivo presentar los instrumentos financieros derivados, sus características principales y algunos eventos asociados a ellos, como la crisis financiera del 2008, y el contexto actual debido a la pandemia.

El capítulo se divide en dos apartados: el primero tiene por objetivo el ubicar al lector en el contexto histórico del surgimiento y necesidad del mercado de derivados, por supuesto, el apartado contiene una descripción de los instrumentos derivados. El segundo apartado consiste en una revisión específica de los diferentes instrumentos derivados como futuros, forwards, opciones y swaps. Aquí se presentarán sus respectivas definiciones y algunas de sus características.

A menudo se dice que los instrumentos derivados son un desarrollo financiero relativamente moderno, pero la realidad es que su historia se extiende en el tiempo. De hecho, sus antecedentes se remontan a la antigua Grecia y Roma, alrededor del siglo XIX a.C. A lo largo de los siglos, se han utilizado diversas formas de derivados, desde contratos de futuros en la Edad Media hasta opciones en la Holanda del siglo XVII. A medida que la economía global ha evolucionado, los instrumentos derivados han evolucionado también, y en la actualidad son utilizados ampliamente por las empresas y los inversores para cubrirse contra los riesgos financieros y especular en los mercados.

Tras la fundación de la Dutch East India Company y la Dutch West India Company en los siglos XVII y XVIII, respectivamente, la necesidad de financiamiento de riesgo de estas grandes empresas llevó a Ámsterdam a ser la primera ciudad donde se negociaron legalmente los derivados sobre activos financieros durante un periodo prolongado de tiempo. Esto permitió la distinción continua entre los mercados de "commodities" y los activos financieros, siendo las acciones el activo financiero predominante en ese momento (Weber, 2010).

De acuerdo con Poitras (2009) durante el siglo XVIII en Inglaterra, la negociación de contratos de opciones similares a los modernos fue detenida por la Ley Barnard (Barnard Act) debido a la falta de regulación en la materia. A pesar del impacto de esta ley en el desarrollo de los instrumentos derivados, las operaciones de opciones continuaron entre los "brokers", lo que incluso llevó a conflictos dentro del London Stock Exchange (p.26).

Durante la primera mitad del siglo XX, el Commercial Exchange (COMEX) de Nueva York se convirtió en otro de los grandes mercados de derivados. Este mercado surgió de la fusión del New York Metal Exchange (conocido por sus operaciones con metales), el Rubber Exchange of New York (que se enfocaba en los "commodities" agrícolas como el azúcar y el café), el National Raw Silk Exchange y el New York Hide Exchange, ambos mercados de derivados. A partir de la segunda mitad del siglo XX, el dinamismo de la industria de los derivados se intensificó, especialmente tras el impulso del Chicago Board of Options Exchange (CBOE), que marcó un hito en 1973 (Fisanotti, 2014).

II.1. El Mercado de Derivados.

Durante el siglo pasado, el avance tecnológico y científico tuvo un gran impacto en los mercados financieros, especialmente en los Estados Unidos. El establecimiento y desarrollo de los mercados financieros son fundamentales para el crecimiento económico de un país. Desde la apertura del mercado accionario en los Estados Unidos, ha habido un gran interés en comprender su funcionamiento y la forma en que los precios de las acciones se mueven.

La crisis de 1929, que tuvo un gran impacto en el mercado accionario, fue un catalizador para el desarrollo de teorías y modelos matemáticos que permitieron predecir el comportamiento de los precios de las acciones y comprender el mercado accionario.

En la actualidad, los mercados financieros han evolucionado gracias a la aplicación de teorías fundamentales y el uso de tecnología avanzada, lo que ha permitido una mayor precisión en la comprensión del comportamiento de los mercados. Sin embargo, el uso de herramientas computacionales ha llevado a una mayor complejidad en la manera en que operan estos mercados.

A medida que se han creado nuevos instrumentos financieros, la regulación de los mercados se ha vuelto más compleja, lo que ha llevado a la necesidad de una mayor transparencia y vigilancia para prevenir posibles riesgos sistémicos. Cabe señalar que un factor que siempre estará presente es el riesgo, elemento indispensable que se debe considerar al momento de obtener rendimientos, tomando en cuenta que, a mayores rendimientos mayores riesgos.

La creación de los instrumentos financieros derivados ha sido impulsada por la necesidad de gestionar y mitigar el riesgo. Estos productos, como su nombre indica, derivan su valor de otros instrumentos financieros y han sido diseñados para reducir la incertidumbre generada por la volatilidad de los precios de las acciones. En este sentido, los derivados permiten a los inversores protegerse contra posibles pérdidas en sus inversiones, así como especular sobre la dirección futura de los precios de los activos subyacentes.

A medida que los mercados financieros han evolucionado, también lo han hecho los instrumentos derivados, dando lugar a una amplia gama de productos cada vez más complejos y sofisticados. Aún y cuando estos instrumentos financieros tienen relativamente poco tiempo de estar funcionando con la creación del CBOE, como algo más definido y con normas bien establecidas, su conocimiento se remonta a muchos años atrás; ya que, la esencia de estos instrumentos y su finalidad ha sido empleada desde épocas muy remotas.

Se puede evidenciar el origen de los productos financieros derivados desde épocas antiguas, específicamente desde la época de los griegos, donde Tales de Mileto realizó las primeras operaciones de este tipo. Al anticipar una cosecha abundante de olivos, pagó pequeñas cantidades a los dueños de los campos para ser el primero en obtener los frutos, pero a un precio previamente establecido.

En Europa durante el siglo XII, se establecían acuerdos por escrito entre los vendedores, comprometiéndose a entregar productos a un precio determinado. En Holanda, se establecieron contratos para la venta de tulipanes, mientras que en Japón se crearon acuerdos para proteger a los vendedores de los efectos del clima. En ambos casos, se buscaba proteger los intereses de los vendedores y establecer un precio fijo para los productos vendidos.

En los Estados Unidos, se practicaron operaciones similares, pero fue hasta el siglo XX que se estableció un mercado formal con reglas definidas. En 1972, comenzaron a surgir los instrumentos financieros derivados que tenían como activos subyacentes títulos de capital o deuda, índices, tasas y otros instrumentos financieros. Entre los principales derivados financieros se encuentran los futuros, las opciones sobre futuros, los warrants y los swaps.

Uno de los principales objetivos del mercado de derivados es fomentar la competitividad financiera a nivel internacional, mediante la creación de herramientas financieras innovadoras y sofisticadas. Asimismo, busca ampliar la gama de opciones de inversión disponibles en el sector financiero mexicano, ofreciendo instrumentos más diversos y flexibles que se adapten a las necesidades de los distintos inversionistas.

Otro objetivo relevante del mercado de derivados es desarrollar mecanismos eficaces de gestión y administración de riesgos financieros, lo que permite a las empresas e inversionistas reducir la exposición a fluctuaciones adversas en los precios de los activos financieros y proteger su patrimonio. La utilización de derivados financieros para la cobertura de riesgos es una práctica común en el ámbito financiero internacional, que ha permitido mitigar el impacto de eventos imprevistos y minimizar las pérdidas en situaciones de alta volatilidad en los mercados.

Algunas de las condiciones para su creación eran:

- Impulsar la expansión y variedad de los productos estructurados presentes en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV).
- Crear un mercado de opciones y futuros listados, con toda la infraestructura necesaria para los mercados e-derivados.
- Establecer un mercado para la negociación de contratos personalizados, conocido como mercado “over the counter” (OTC), para inversionistas institucionales. En este tipo de mercado, los instrumentos financieros son negociados directamente entre las partes, y se utilizan contratos OTC para establecer los términos y condiciones de la operación. El objetivo es ofrecer una opción más flexible y adaptada a las necesidades de los inversionistas institucionales.

A pesar de que los instrumentos derivados financieros comenzaron a desarrollarse desde 1972, fue hasta 1983 cuando la BMV los utilizó, enlistando futuros sobre acciones individuales y Petro bonos que se negociaron hasta 1986. No obstante, en 1987 la negociación de estos instrumentos fue suspendida debido a problemas de tipo prudencial.

Durante el periodo comprendido entre 1994 y 1997, se presentaron las condiciones necesarias para la creación de una mayor variedad de instrumentos financieros. Esto fue posible gracias a la colaboración de equipos multidisciplinarios formados por profesionales de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), la Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles (AMIB) y la S.D. Indeval. Gracias a esta colaboración, se logró desarrollar la arquitectura operativa, legal y de sistemas necesarios para cumplir con los requisitos jurídicos, operativos, tecnológicos y prudenciales exigidos por las autoridades financieras mexicanas.

La bolsa de derivados en México fue creada tras la alta demanda de productos financieros; en este caso de los derivados, con el fin de administrar riesgos y portafolios con eficiencia y proponer un mercado más organizado, con mecanismos prudenciales, consistentes y confiables, una adecuada información, bases de equidad y mecanismos de enlace con otros mercados.

El proceso de desarrollo del mercado de derivados en México culminó el 22 de septiembre de 1997, cuando se presentó la solicitud para la creación de MexDer y Asigna ante las autoridades financieras. Un año después, el 15 de diciembre de 1998, se logró enlistar los primeros contratos de futuros sobre subyacentes financieros, marcando un hito importante en la internacionalización del sistema financiero mexicano. MexDer fue creada como una Sociedad Anónima de Capital Variable, consolidándose como un actor relevante en el mercado de productos financieros estructurados.

En la actualidad, el MexDer y Asigna son entidades autorreguladas, que funcionan bajo la supervisión de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP); el Banco de México (Banxico) y la Comisión Nacional Bancaria y de valores (CNBV), mismas que representan en conjunto el esfuerzo por fortalecer el Mercado Financiero de México.

Durante la crisis financiera global de 2007-2009, se pudo observar un uso inadecuado y excesivo de los instrumentos financieros derivados, especialmente en los derivados de crédito. De hecho, actualmente hay inversores institucionales y minoristas que tienen limitado su uso debido a políticas internas o regulaciones locales. Como consecuencia de esta crisis, empresas como Lehman Brothers, Bears Stearns y AIG se declararon insolventes, estuvieron a punto de quebrar o requirieron la intervención gubernamental.

Aunque la pandemia de Covid-19 no puede considerarse como un evento de crédito "subprime", la actual crisis sanitaria ha presentado nuevos desafíos y ha afectado significativamente tanto los mercados financieros globales como los mercados de derivados. Por lo tanto, los participantes en el mercado de derivados extrabursátiles (OTC) deben revisar exhaustivamente los términos de sus acuerdos de negociación con sus contrapartes clave, prestando especial atención a las disposiciones operativas y de fuerza mayor establecidas por la Asociación Internacional de Swaps y Derivados (ISDA). Esta revisión es fundamental para garantizar la protección de los intereses de todas las partes involucradas en el mercado y para mitigar los riesgos potenciales que puedan surgir como resultado de la actual crisis sanitaria.

Por ello, y ante los retos de la crisis de Covid-19, surge la necesidad una mayor comprensión de los productos derivados y sus riesgos implícitos ante eventuales disrupciones en el mercado. Es por esto por lo que en el presente trabajo se pretende proporcionar un conocimiento básico (a operarios de distintas empresas) sobre el mercado de opciones y los principales modelos de cálculo del precio de las mismas.

II.2. Los Instrumentos Financieros Derivados.

Un derivado financiero es un producto cuyo valor está basado en el valor de otro activo subyacente. En otras palabras, su riesgo depende completamente del valor de otro activo. Los instrumentos derivados pueden ser clasificados en diferentes categorías, tales como la clasificación por los participantes involucrados. Los derivados OTC son aquellos que son acordados entre grandes bancos o empresas, mientras que los derivados ETD (Exchange Traded Derivatives) son contratos de derivados estandarizados que se compran y venden en mercados financieros.

De igual forma, se pueden clasificar por el tipo de valor subyacente, en este caso existen los derivados de tasas de interés, que son aquellos derivados en los que su valor depende de la tasa de interés, también hay derivados “forex”, que son aquellos que intervienen en el tipo de cambio de divisas, igualmente existen derivados sobre “equities” y “commodities”, que son derivados cuyo valor depende de un activo intercambiado en los mercados de valores, como acciones o bonos.

Por último, están los derivados de crédito, que son aquellos que se refieren al riesgo de un crédito o un bono. Para fines de este texto, la categorización que nos interesa es con respecto a la complejidad del derivado, pues existen dos tasas, los “Plain Vanilla”, esto es contratos que proporcionan a los operadores el derecho a comprar o vender un activo a un precio determinado en un momento predefinido y que son aquellos en los que la estructura del derivado es la más sencilla que hay, por otro lado, están los derivados exóticos que tienen la misma base que los derivados “Plain Vanilla”, sin embargo, cambian características que agregan complejidad a la estructura del derivado.

En sus orígenes, los subyacentes en los instrumentos derivados eran bienes físicos como productos agrícolas o ganaderos y materias primas. Sin embargo, en la actualidad, hay una amplia gama de subyacentes disponibles, incluyendo metales, petróleo, energía eléctrica y activos financieros. La negociación en instrumentos derivados permite a los inversores cubrir o neutralizar el riesgo de precio o de mercado. Los derivados funcionan como operaciones hipotéticas que se liquidan por la diferencia entre el precio de mercado del subyacente y el precio acordado en el contrato.

Los instrumentos financieros derivados son:

- Futuros.
- Forwards.
- Swaps.
- Opciones.

El futuro es un instrumento financiero que se utiliza para pactar la compraventa de un activo subyacente en una fecha futura determinada. Al ser negociados en un mercado, los contratos de futuros tienen una estandarización en cuanto a su cantidad, precio y fecha de vencimiento, lo que los hace altamente líquidos. Al adquirir un contrato de futuros, tanto el comprador como el vendedor asumen una serie de obligaciones, basadas en sus expectativas de mercado.

En el caso del comprador, éste espera obtener ganancias si el precio del activo subyacente se incrementa por encima del precio del futuro acordado, mientras que el vendedor espera obtener beneficios si el precio del subyacente disminuye por debajo del precio del futuro. El contrato se liquida en efectivo por la diferencia entre el precio del activo subyacente en el mercado y el precio pactado en el contrato de futuros en la fecha de vencimiento.

Un forward es un instrumento financiero similar al futuro; pero, la diferencia es que se le conoce como un Over the Counter (OTC); es decir, es un instrumento “hecho a la medida”, no está estandarizado y no se opera en mercados establecidos.

Un swap es un acuerdo entre dos partes para intercambiar flujos de efectivo futuros basados en un valor subyacente. El valor subyacente puede ser una tasa de interés, una divisa o un índice bursátil. El objetivo principal de un swap es transferir el riesgo de fluctuaciones en los precios o tasas de interés entre las partes. Los flujos de efectivo futuros intercambiados son calculados mediante una fórmula que debe ser igual a la diferencia entre los flujos de caja generados por dos operaciones financieras diferentes. Estos flujos de caja intercambiados pueden ser fijos o variables, y pueden incluir pagos de intereses o principal., como son los siguientes:

- Tasas de interés fijas por tasas de interés variables.
- Una divisa por otra divisa.
- Rentabilidad de una acción por tasa de interés fija.

Las opciones son acuerdos de compraventa que se establecen sobre futuros, mediante los cuales el comprador de la opción tiene el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender una cantidad específica de un activo subyacente a un precio establecido previamente en una fecha futura o en el momento de su vencimiento, a cambio del pago de una prima monetaria.

A diferencia de los futuros, en las opciones sólo se requiere el desembolso de una prima (no del capital) en el momento de cerrar la operación. Existen una infinidad de productos financieros derivados además de los ya antes mencionados. En este texto se analizarán las opciones financieras, así como los modelos de Cox-Ross-Rubinstein (CRR) y Black-Scholes- Merton (BS) para valuar opciones y calcular su precio. Luego, en el siguiente capítulo se hará un estudio extenso de las opciones financieras.

CAPÍTULO III: LAS OPCIONES FINANCIERAS.

El principal uso de los instrumentos financieros derivados es para coberturas de riesgos financieros; siendo este no su único uso; ya que, también se pueden usar como inversiones; para administración de riesgos; para inversiones especulativas. Es por esto por lo que en este capítulo se definirán aquellos conceptos que serán utilizados a lo largo del presente texto.

El primer elemento que se abordará será el de opción financiera, el cual es un contrato entre dos partes por el cual el comprador adquiere del vendedor el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender una cantidad determinada de un activo a un precio fijo en un momento futuro. Las opciones son uno de los contratos derivados más operados en el mercado y generalmente son utilizados para coberturas o como vehículos de inversión.

Para una mejor comprensión del funcionamiento de las opciones financieras, a continuación, se definirán conceptos como: bien operado o subyacente, fecha de vencimiento o expiración y precio de mercado. Así, el bien operado o subyacente se define como el activo o el valor sobre el cual es realizado el contrato de una opción. Este bien subyacente suele estar formado por acciones, divisas, tasas de interés, mercancías y tipos de cambio entre otros. Luego, la fecha de vencimiento o expiración, que se define como la fecha límite especificada en el contrato en que la opción puede ser ejercida. Esta se denota como (t). En cambio, la fecha de expiración es la fecha en la que finaliza el contrato de la opción y se pierde el derecho de compra o venta del activo subyacente.

Finalmente, el precio de mercado (S_t) El equilibrio de mercado se refiere a un punto en el que tanto los productores como los consumidores obtienen el máximo beneficio y utilidad, respectivamente. En este punto, se llega a una situación en la que no hay exceso de oferta ni de demanda, por lo que se dice que el mercado se ha vaciado. El precio que se establece en este punto se conoce como precio de mercado, precio actual o precio spot.

De igual forma, el precio de ejercicio de una opción (K) es un valor previamente establecido para un activo subyacente, que permite al comprador de una opción ejercer su derecho de compra o venta. Si el comprador decide ejercer su derecho a comprar, el activo se adquirirá al precio de ejercicio; si, por otro lado, el comprador decide ejercer su derecho a vender, el activo se venderá al precio de ejercicio.

III.1. Clasificación de opciones.

Una vez mencionado lo anterior, cabe resaltar que existen dos tipos básicos de opciones que se pueden transar:

- Contrato de opción de compra (“call”): derecho a comprar a un precio determinado.
- Contrato de opción de venta (“put”): derecho a vender a un precio determinado.

Los tomadores de opciones pueden adquirir opciones de compra (“call”) o de venta (“put”), mientras que los vendedores pueden ofrecer ambos tipos de opciones. Si el tomador decide ejercer su derecho, el precio preestablecido al que se llevará a cabo la compra o venta del activo se conoce como precio de ejercicio.

Las opciones se negocian en las bolsas de valores pueden ser del tipo europeas y americanas. Las opciones financieras pueden clasificarse de acuerdo con distintos criterios. En el presente texto se abordarán los más comunes como son la clasificación de opciones en función al tiempo de ejercicio, el tipo de derecho que confieren e incluso, en función al precio de ejercicio. Estos distintos grupos ayudan a comprender las características específicas de cada opción al igual que el entender su funcionamiento ya sea para ser utilizadas como estrategia de inversión o método de cobertura.

Una vez mencionado lo anterior, dentro de las opciones que se clasifican de acuerdo con el tiempo en que puede ser ejercido el derecho que ellas otorgan, se tienen: las opciones americanas, que son aquellas que pueden ser ejercidas en cualquier momento de la vida del contrato, incluso al vencimiento de la opción (López, 2019), y las llamadas opciones europeas, que son aquellas en las que el comprador de las mismas podrá ejercerlas solo cuando llegue el vencimiento del contrato (Vázquez, 2015).

Ahora bien, las opciones que se clasifican por el tipo de derecho que confieren, son de la forma “call”, que es un contrato de compra, o “put” que es un contrato de venta. Arenas (2019). Una opción de compra (“call option”), da el derecho a su propietario de comprar determinado activo subyacente en el vencimiento de la opción al precio de ejercicio establecido. Debido a lo anterior, da la obligación al vendedor de vender el bien subyacente si el comprador ejerce tal derecho (Vázquez, 2015).

En sentido opuesto, una opción de venta ("put option") otorga al comprador el derecho, pero no la obligación, de vender un activo a un precio fijo previamente acordado, también conocido como precio de ejercicio, antes o en una fecha determinada de vencimiento. Por otro lado, el vendedor de la opción "put" tiene la responsabilidad de comprar el activo si el comprador decide ejercer su derecho a venderlo. (Vázquez, 2015).

Por otro lado, para aquellas opciones que se clasifican de acuerdo con el precio de ejercicio es necesario hablar de la prima de una opción que es el precio al cual se realiza la operación (compra o venta del activo). El comprador de una opción paga al vendedor un precio determinado conocido como prima. Al recibir la prima, el vendedor de una opción de compra está obligado a vender el activo subyacente al comprador si éste decide ejercer su derecho. Por otro lado, el vendedor de una opción de venta está obligado a comprar el activo subyacente al comprador si éste decide ejercer su derecho. En cualquier caso, el vendedor de la opción se queda con la prima, independientemente de si el comprador decide o no ejercer la opción (Cox y Rubenstein, 1985).

Para representar de una manera generalizada las implicaciones contractuales de ejercer la opción de compra en la fecha de expiración se definen las siguientes variables:

K = El precio de ejercicio pactado.
S_t = El precio en el mercado de la acción.
C_t = El valor de la opción de compra en la fecha de expiración.

Entonces, el valor de la opción en la fecha de expiración es:

$$C_t = S_t - K \text{ si } S_t > K,$$

o bien

Ecuación. III.1.1… $C_t = 0 \text{ si } S_t \leq K$

Lo anterior puede reescribirse como $C_t = max\{0, S_t - K\}$, a esta expresión se le conoce como el valor intrínseco de una opción de compra (Cox y Rubenstein, 1985).

En el mercado de opciones, es común utilizar una terminología que establece la relación entre el precio de ejercicio pactado en la opción y el precio actual del bien operado en el mercado. A continuación, se presentan tres situaciones que pueden darse:

a) Si el precio de ejercicio (K) es mayor que el precio en el mercado (S_t) del bien operado ($K > S_t$), se dice que la opción está fuera del dinero ("out of the money"), Esto significa que el comprador de la opción no obtendría beneficio al ejercerla, ya que supondría una pérdida para él.

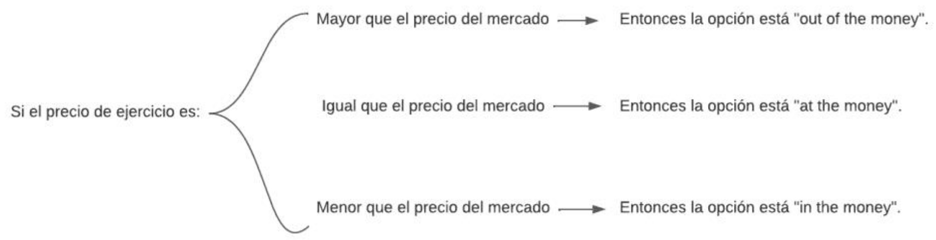
b) Si el precio de ejercicio (K) es igual que el precio en el mercado (S_t) del bien operado ($K = S_t$), se dice que la opción está exactamente en el dinero ("at the money"), En este caso, si no se considera la prima que se pagó por adquirir la opción, el ejercerla no supone ni pérdida ni ganancia para el comprador.

c) Si el precio de ejercicio (K) es menor que el precio en el mercado (S_t) del bien operado ($K < S_t$), se dice que la opción está dentro del dinero ("in the money"), Esto implica que el comprador de la opción tiene la posibilidad de adquirir el bien operado a un precio menor que el precio actual del mercado, siempre y cuando ejerza su opción (Kozikowski, 2007, p.32).

Lo anterior se ilustra en la **Figura III.1.1**

Figura III.1.1.

Implicaciones contextuales para ejercer una opción de compra en la fecha de expiración.



Nota: La figura muestra un diagrama donde se resumen los tres casos para el precio de ejercicio (K) en relación al precio en el mercado (S_t) del bien operado. Creado por el autor con información tomada de *Finanzas internacionales* (p.32), por Z. Kozikowski, 2007, McGraw-Hill Interamerican.

De igual forma, para representar de una manera más general las implicaciones contractuales de ejercer la opción de venta en la fecha de expiración se define la siguiente variable:

P_t = El valor de la opción de venta en la fecha de expiración. Entonces, el valor de la opción en la fecha de expiración es:

$P_t = K - S_t$ si $S_t < K$,

o bien

Ecuación. III.1.2… $P_t = 0$ si $S_t \geq K$

Lo anterior se puede reescribir como $P_t = max\{0, K - S_t\}$, a esta expresión se le conoce como el valor intrínseco de una opción de venta. En este caso la terminología que se utiliza para relacionar el precio de ejercicio con el precio de mercado del bien es el siguiente:

Si el precio de ejercicio (K) es mayor que el precio en el mercado (S_t) del bien operado ($K > S_t$), se dice que la opción está dentro del dinero ("in the money"), lo que significa que el comprador de la opción puede vender el bien operado a un precio mayor que el precio en el mercado de dicho bien al momento en que el comprador ejerza la opción.

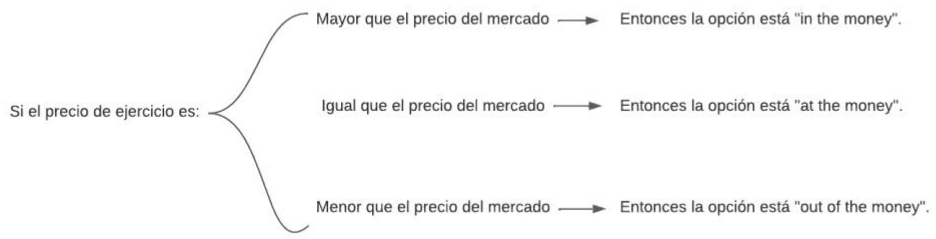
Si el precio de ejercicio (K) es igual que el precio en el mercado (S_t) del bien operado ($K = S_t$), se dice que la opción está exactamente en el dinero (“at the money”), En este caso, si no se considera la prima que se pagó por adquirir las opciones, el ejercerlas no produce pérdidas ni ganancias.

Si el precio de ejercicio (K) es menor que el precio en el mercado (S_t) del bien operado ($K < S_t$), se dice que la opción está fuera del dinero (“out of the money”), Esto implica que el ejercer la opción provocaría una pérdida para su comprador. (Kozikowski, 2007, p.33).

Lo anterior se ilustra en la **Figura III.1.2.**

Figura III.1.2.

Implicaciones contextuales para ejercer una opción de venta en la fecha de expiración.



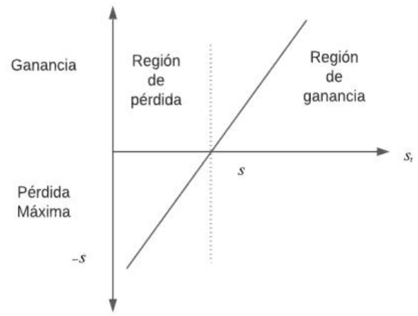
Nota: La figura muestra un diagrama donde se resumen los tres casos para el precio de ejercicio (K) en relación al precio en el mercado (S_t) del bien operado. Creado por el autor con información tomada de *Finanzas internacionales* (p.33), por Z. Kozikowski, 2007, McGraw-Hill Interamerican.

III.2. Estrategias de inversión y control de riesgos.

Las implicaciones de pérdidas y ganancias obtenidas con dichas estrategias se entienden mejor al utilizar los llamados “diagramas de ganancias” o “gráficas de pagos”. El más elemental se muestra en la **Figura III.2.1.**

Figura III.2.1.

Posición larga en una acción.



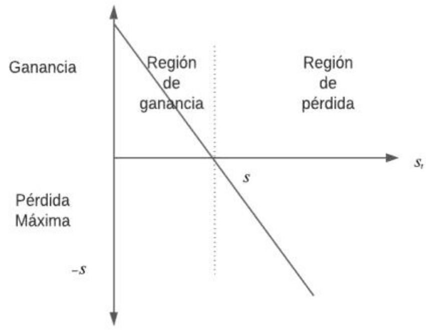
Nota. El gráfico relaciona la ganancia neta obtenida en una fecha futura determinada con el precio de la acción en la misma fecha. Creado por el autor con información tomada de *Options, Futures and Other Derivatives* (p.198), por J. Hull, 2012, Pearson Prentice Hall.

En la **Figura III.2.1**, S_t representa el precio de la acción x en una fecha futura determinada. Si el precio de dicha acción es cero ($S_t = 0$) entonces con la posición larga en la acción se experimentaría una pérdida de S, donde S es el precio al cual se adquirió la acción. Si $S_t = S$, con la posición tomada no se obtendría ninguna pérdida o ganancia. En general, la ganancia neta será igual a $S_t - S$. Con una posición larga en la acción la máxima pérdida posible es S, mientras que las ganancias pueden ser ilimitadas.

De manera análoga, en la **Figura III.2.2**, se presenta el diagrama de ganancias para un inversionista con una posición corta en una acción x. Pero contrariamente a la posición larga, con una posición corta en la acción la ganancia está limitada a S, mientras que las pérdidas pueden ser ilimitadas. (Kozikowski, 2007, pp.32-33).

Figura III.2.2.

Posición corta en una acción.

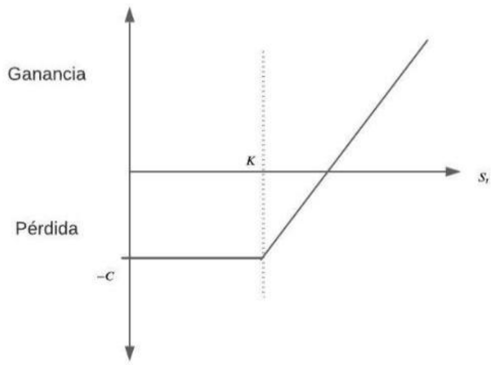


Nota. El gráfico relaciona la ganancia neta obtenida en una fecha futura determinada con el precio de la acción en la misma fecha. Creado por el autor con información tomada de *Options, Futures and Other Derivatives* (p.198), por J. Hull, 2012, Pearson Prentice Hall.

Los diagramas de ganancias de las **Figuras III.2.3, III.2.4, III.2.5, III.2.6, III.2.7, III.2.8 y III.2.9** muestran las implicaciones de pérdidas y ganancias de las cuatro posiciones que se pueden tomar en opciones.

Figura III.2.3.

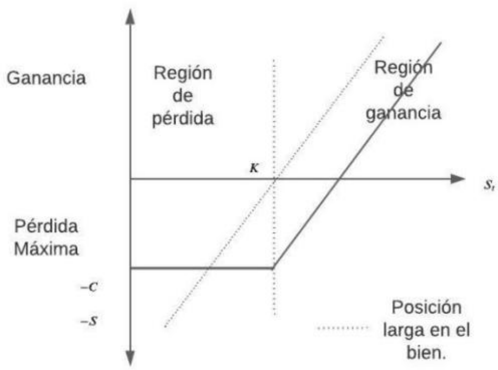
Posición larga en una opción de compra.



Nota. Creado por el autor con información tomada de Options, Futures and Other Derivatives (p.237), por J. Hull, 2012, Pearson Prentice Hall.

Figura III.2.4.

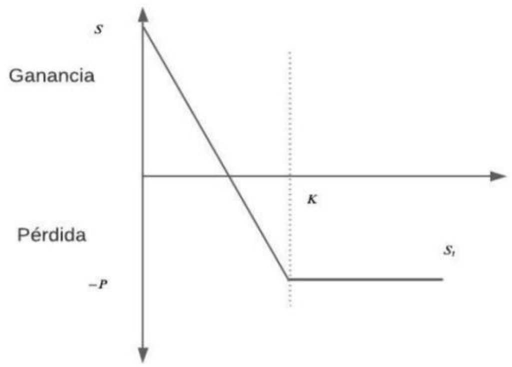
Posición larga en el bien. Posición larga opción de compra.



Nota. Creado por el autor con información tomada de Options, Futures and Other Derivatives (p.237), por J. Hull, 2012, Pearson Prentice Hall.

Figura III.2.5.

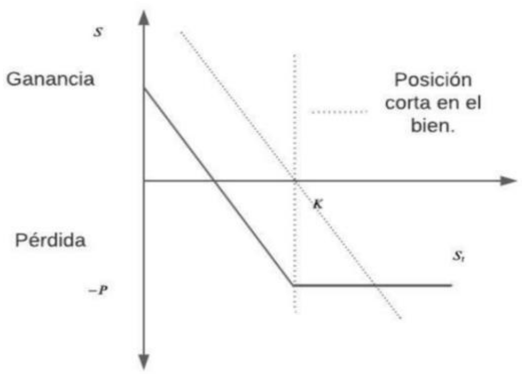
Posición larga en una opción de venta.



Nota. Creado por el autor con información tomada de Options, Futures and Other Derivatives (p.237), por J. Hull, 2012, Pearson Prentice Hall.

Figura III.2.6.

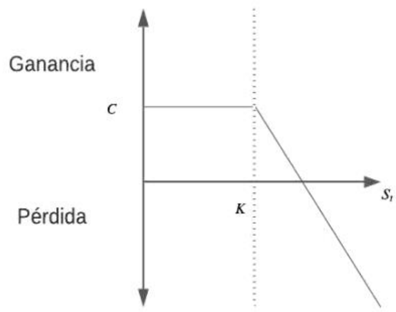
Posición corta en el bien. Posición larga opción de venta.



Nota. Creado por el autor con información tomada de Options, Futures and Other Derivatives (p.237), por J. Hull, 2012, Pearson Prentice Hall.

Figura III.2.7.

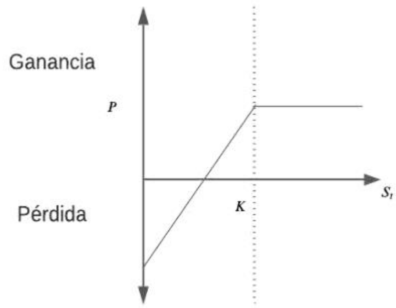
Posición corta en una opción de compra.



Nota. Creado por el autor con información tomada de Options, Futures and Other Derivatives (p.237), por J. Hull, 2012, Pearson Prentice Hall.

Figura III.2.8.

Posición corta en una opción de venta.

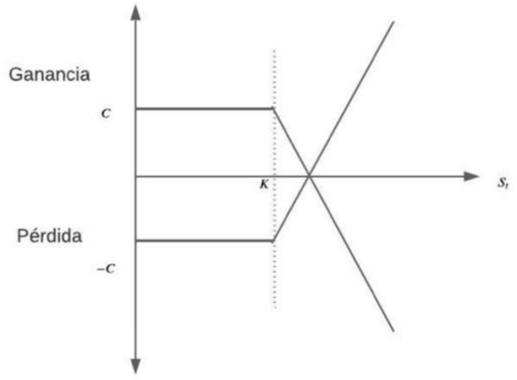


Nota. Creado por el autor con información tomada de Options, Futures and Other Derivatives (p.237), por J. Hull, 2012, Pearson Prentice Hall.

Los diagramas de ganancias para el comprador y el vendedor de una opción de compra claramente ilustran una de las más importantes características de estos instrumentos financieros. Ver **Figura III.2.9**.

Figura III.2.9.

Las ganancias que obtiene el comprador de la opción serán las pérdidas obtenidas por el vendedor de la misma opción y viceversa.



Nota. En literatura de Teoría de juegos se considera como “juego de suma cero”.

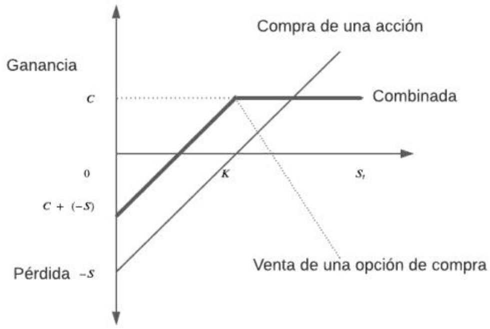
Creado por el autor con información tomada de *Opciones financieras* (2022). https://www.opcionesfinancieras.com/#site-header

Ahora, se define La estrategia de posición de cobertura en el mercado de opciones se define como la combinación de una opción y su acción subyacente de manera que ambas se protejan mutuamente contra posibles pérdidas. Esta estrategia se puede implementar de dos formas: mediante la venta de una opción de compra combinada con una posición larga de compra en la acción subyacente, o mediante la compra de una opción de venta combinada con la misma posición larga de compra en la acción subyacente.

La cobertura más usada comúnmente consiste en tomar una posición corta sobre una opción de compra por cada acción subyacente adquirida. En el siguiente diagrama (**Figura III.2.10**) se ilustran todas las posiciones de cobertura, la línea resultante para la posición combinada se determina sumando verticalmente las distancias de las dos posiciones con respecto al eje de las abscisas.

Figura III.2.10.

Posición combinada de la venta de una opción de compra y la compra de una acción.



Nota. *Creado por el autor con información tomada de Options, Futures and Other Derivatives (p.237), por J. Hull, 2012, Pearson Prentice Hall.*

De manera similar en que se obtuvo la relación anterior es posible obtener un gran número de estrategias las cuales, lógicamente, dependerá de las expectativas que el inversionista tenga sobre el comportamiento de los precios de las acciones.

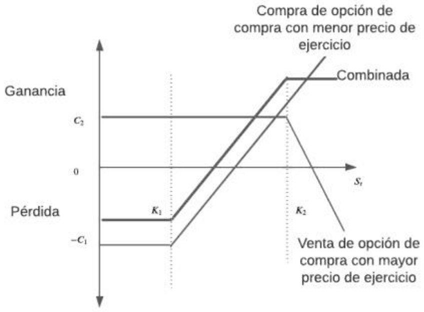
De acuerdo con Hull (2012), ahora se define la posición spread, que es una estrategia que únicamente utiliza opciones y que combina opciones de la misma clase, donde algunas son vendidas y otras son compradas. Se dice que las opciones son de la misma clase si fueron emitidas sobre el mismo bien subyacente. Los principales tipos de spread son los siguientes:

- Spread vertical
- Spread horizontal.
- Spread diagonal.

Un spread vertical es aquel conformado por dos opciones; una larga y otra corta, ambas sobre el mismo bien subyacente y con la misma fecha de vencimiento, pero con distintos precios de ejercicio, como se muestra en la Figura III.2.11.

Figura III.2.11.

Diagrama de pérdidas y ganancias de un spread vertical.



Nota. Creado por el autor con información tomada de *Options, Futures and Other Derivatives* (p.238), por J. Hull, 2012, Pearson Prentice Hall.

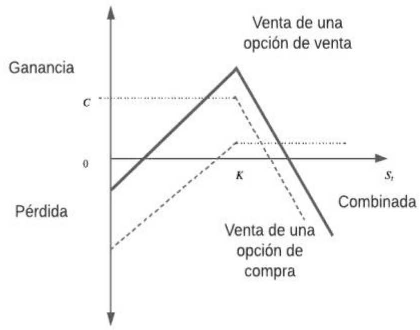
Un spread horizontal, es aquel que está conformado por dos opciones de la misma clase; una comprada y otra vendida, ambas sobre el mismo bien subyacente y con los mismos precios de ejercicio, pero con distintas fechas de vencimiento. Cabe mencionar que no es posible graficar un spread horizontal debido a que no existe diferencia entre las fechas de vencimiento de las dos opciones (Hull,2012).

Al igual que los dos spreads anteriores, uno diagonal tampoco es posible de graficar. Se define como aquel que está conformado por una opción comprada y otra vendida, siempre de la misma clase, pero con precios de ejercicio y fechas de vencimiento distintas.

Por último, una combinación se define como una estrategia que consiste en utilizar opciones de compra y de venta de manera simultánea sobre el mismo bien subyacente, ya sea comprando o vendiendo ambas opciones. Lo más común es combinar una opción de compra y una de venta sobre el mismo bien subyacente, con el mismo precio de ejercicio y la misma fecha de vencimiento. Como se muestra en el diagrama de ganancias para dicha estrategia (**Figura III.2.12**).

Figura III.2.12.

Diagrama de pérdidas y ganancias de una estrategia de combinación.



Nota. Creado por el autor con información tomada de *Options, Futures and Other Derivatives* (p.242), por J. Hull, 2012, Pearson Prentice Hall.

III.3. Factores que afectan el precio de una opción.

En la sección anterior se habló sobre estrategias de inversión y control de riesgos mediante opciones financieras y hasta este momento, el valor de estos instrumentos solo ha dependido del precio del bien subyacente y el precio de ejercicio. Sin embargo, se debe ahora considerar que cualquier tiempo previo a la fecha de vencimiento también afectará el valor de las opciones.

Para comprender cómo funcionan las opciones, es fundamental conocer los factores que influyen en sus precios antes y después de la fecha de vencimiento. Es por eso que a continuación se explorará la conexión entre dichos factores y los precios de las opciones. Es importante señalar que las opciones financieras se pueden emitir para una amplia variedad de valores, como acciones, divisas, futuros y certificados del tesoro. Sin embargo, los mercados más antiguos y extensos son los de las opciones sobre acciones comunes, por lo que en este documento se considerarán acciones como los activos subyacentes y las opciones serán opciones sobre acciones.

Para entender cómo influyen diferentes variables en los precios de las opciones, es necesario examinar cada una de ellas por separado. Es importante tener en cuenta que estas variables pueden afectar tanto a las opciones de compra como a las de venta, aunque no siempre de la misma manera. Siguiendo la notación usual (Hull,2012), los factores que tienen un impacto en el valor de las opciones de compra o venta son:

1. El precio de mercado del bien operado (S).
2. El precio de ejercicio (K).
3. El tiempo de vida de la opción (T).
4. La volatilidad esperada en el precio del bien operado.
5. La tasa de interés (r).
6. Los dividendos que otorgue el bien.

Suponiendo que se tienen dos opciones idénticas en todos sentidos excepto por una variable, ¿Cómo se verán afectados sus valores?

Al considerar el precio de mercado del bien operado (S) y el precio pactado (K); por ejemplo, si una opción de compra se ejerce, entonces, la ganancia a obtener será la diferencia entre el precio del mercado del bien y el precio de ejercicio pactado. Es por esta razón que las opciones de compra tendrán un mayor valor cuando exista un incremento en el precio del bien (S) y tendrán un menor valor cuando exista un incremento en el precio de ejercicio (K). De esta forma, para una opción de venta la ganancia a obtener al momento de ser ejercida será la diferencia resultante del precio de ejercicio pactado y el precio de mercado del bien. Por esta razón, las opciones de venta tendrán un valor mayor cuando el precio de ejercicio se incremente y uno menor cuando el precio de mercado del bien se incremente.

Por otro lado, al considerar el tiempo de vida de la opción (T) se puede observar que su valor aumenta a medida que se incrementa el tiempo de vida de la opción, tanto para opciones europeas como para opciones americanas. Supongamos que se tienen dos opciones idénticas, excepto en la fecha de expiración, el tenedor de la opción con mayor tiempo de vida tendrá la misma posibilidad de que las condiciones del mercado sean favorables para ejercer su opción que el poseedor de la opción con menos tiempo de vida. Por lo tanto, se puede concluir que la opción con mayor vigencia tendrá al menos el mismo valor que la opción con una vigencia más corta.

La volatilidad implícita se define como una medida de la incertidumbre en los precios futuros de los bienes, lo que indica qué tan viables son los precios del bien operado. Cuando la volatilidad aumenta, la posibilidad de que el precio del bien termine muy bien o muy mal también aumenta. Aunque para el tenedor del bien estos dos posibles resultados se compensan, no es el caso para el tenedor de una opción de compra o venta. Por lo tanto, se concluye que el valor de las opciones de compra y venta aumentará a medida que aumente la volatilidad (Hull,2012).

Es importante destacar que existen dos tipos de volatilidades: la volatilidad histórica y la volatilidad implícita. La volatilidad histórica se refiere a la variación real del precio de un activo financiero en el pasado, mientras que la volatilidad implícita es una medida subjetiva basada en el mercado de derivados y se utiliza para estimar la incertidumbre o el riesgo percibido en el futuro del precio de un activo financiero (Hull,2012).

Luego no menos importante, cabe mencionar que a mayor tasa de interés (r), menor valor presente del precio de ejercicio pactado por el comprador de una opción de compra en caso de ejercer la misma. Así, mayores tasas de interés tendrán la misma influencia que precios de ejercicios más bajos, por esto las opciones de compra tendrán mayor valor (Hull,2012).

El valor presente del precio de ejercicio disminuirá mientras mayor sea el tiempo de vencimiento de la opción. Por lo tanto, el tiempo de vencimiento tiene un segundo efecto sobre el valor de las opciones de compra. Así, la tasa de interés proporciona la oportunidad de ocurrencia de cambios en los precios de los bienes y también tiene un efecto sobre el valor presente del precio de ejercicio. De manera inversa, para las opciones de venta, el valor aumenta mientras más pequeña sea la tasa de interés (Hull,2012).

Por último, los dividendos tienen un impacto en el mercado de acciones, ya que su distribución reduce la cotización de las acciones, debido a que los inversionistas descuentan el valor de los dividendos del precio de cada acción. Los dividendos también afectan el precio de las opciones, de forma negativa para las opciones de compra y positiva para las opciones de venta. Si el comprador de una opción de compra ejerce su derecho antes de la fecha de ex-dividendos, recibirá los dividendos correspondientes a la acción subyacente. La fecha de ex-dividendos se define como la fecha límite en la cual se reconoce a los tenedores de las acciones de una empresa para recibir los dividendos correspondientes.

La posibilidad de obtener los dividendos de la acción mediante el ejercicio de una opción de compra aumenta considerablemente a medida que se acerca la fecha de ex-dividendos. Esto se debe a que los tenedores de estas opciones tienen la oportunidad de recibir los dividendos si ejercen antes de la fecha de corte, por lo que es más probable que la opción sea ejercida en este período.

Resumiendo:

- Si el precio del bien operado aumenta, el precio de una opción de compra aumenta, pero el precio de una opción de venta disminuye.
- Si transcurre el tiempo, el precio de una opción de compra disminuye y el precio de una opción de venta también disminuye.
- Si la volatilidad aumenta, el precio de una opción de compra aumenta y el precio de una opción de venta también aumenta.
- Si la tasa de interés aumenta, el precio de una opción de compra aumenta, pero el precio de una opción de venta disminuye.
- Si los dividendos aumentan, el precio de una opción de compra disminuye, pero el precio de una opción de venta aumenta.

III.4. Opciones europeas y americanas.

Las opciones financieras son una herramienta valiosa para los inversionistas, ya que les permiten comprar o vender activos subyacentes a precios y plazos preestablecidos. En el caso de las opciones americanas, el comprador tiene la libertad de ejercer su opción en cualquier momento antes de la fecha de vencimiento, lo que le brinda una mayor flexibilidad en el momento de tomar decisiones. Esta característica es muy valiosa para aquellos inversores que desean protegerse contra posibles fluctuaciones en los precios del activo subyacente, ya que les da la opción de actuar en cualquier momento que consideren oportuno.

Por el contrario, las opciones europeas sólo pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento, lo que puede ser una limitación para los inversores que necesitan tomar decisiones rápidas y oportunas en un mercado cambiante. En resumen, las opciones americanas brindan una mayor flexibilidad y libertad al comprador, lo que las convierte en una herramienta valiosa para los inversores que buscan protegerse contra posibles fluctuaciones del mercado.

De igual forma, las opciones europeas también tienen sus desventajas como la llamada restricción de ejercicio esto es cuando el comprador de opciones europeas sólo puede ejercer su derecho a vencimiento. Esta, quizás, sea la característica más destacable en relación a otro tipo de opción. Otra gran desventaja de las opciones europeas es su baja liquidez, pues mientras que las opciones americanas se suelen negociar en mercados organizados y estandarizados, las opciones europeas lo hacen normalmente en mercados OTC. Esto hace que este tipo de opciones tengan una menor liquidez a la que pueda tener un activo que se negocie en un mercado organizado. Lo anterior se resume en la **Tabla III.4.1.**

Tabla III.4.1.

Cuadro comparativo para opciones europeas.

Opciones europeas	
Ventajas	Desventajas
Menor coste de la prima.	Restricción de ejercicio.
Posibilidad de invertir en índices bursátiles.	Baja liquidez.

Nota. Esta tabla muestra las ventajas y desventajas de las opciones europeas.

Así como se habló de las ventajas y desventajas de las opciones europeas a continuación se abordarán las ventajas y desventajas de las opciones americanas: la primera gran ventaja es la libertad de ejercicio, que es la posibilidad que tiene el comprador de ejercerla en cualquier momento hasta el vencimiento. Además, una opción americana permite a los inversionistas recoger los beneficios tan pronto como el precio del activo subyacente se mueva a su favor puesto que, nuevamente, se puede ejercer en cualquier momento. Finalmente, estas opciones se pueden ejercer antes de la fecha ex - dividendo. En el caso de opciones americanas sobre acciones, el comprador de una opción de compra tiene la posibilidad de ejercer la opción y obtener los dividendos de esa acción.

Tabla III.4.2.

Cuadro comparativo para opciones americanas.

Opciones americanas	
Ventajas	Desventajas
Libertad de ejercicio.	Mayor coste de la prima
Obtención de beneficios.	Limitación de inversión en índices bursátiles.
Ejercicio antes de la fecha ex - dividendo.	NA

Nota. Esta tabla muestra las ventajas y desventajas de las opciones americanas.

De igual forma, las opciones americanas también tienen sus desventajas. La más importante tal vez sea un mayor coste en la prima, pues tienen la ventaja de libertad de ejercicio en cualquier momento durante la vida de la opción, así, por lo general, la prima de estas opciones suele ser mayores que las opciones europeas. La otra gran desventaja es que a pesar de que el abanico de activos subyacentes para las opciones americanas es muy amplio, existe alguna limitación. Dicha limitación es la de índices bursátiles, es decir, las opciones sobre índices suelen ser europeas y no americanas. Por tanto, si se quiere invertir en opciones sobre índices, no se tendrá la ventaja de libertad de ejercicio. Lo anterior se resume en la **Tabla III.4.2**.

Finalmente, como se mencionó en la **sección II.2**, existen estrategias para opciones europeas y americanas. Esto se muestra en las **Tablas III.4.3 y III.4.4.**

Tabla III.4.3.

Estrategias para opciones europeas.

Opciones europeas	
Posición	Característica
Larga de compra. (“Long call ”)	• Paga una prima. • Adquiere el derecho de comprar el subyacente en la fecha de vencimiento.
Corta de compra. (“Short call”)	• Recibe una prima. • Adquiere la obligación de vender el subyacente en la fecha de vencimiento.
Larga de venta. (“Long put”)	• Paga una prima. • Adquiere el derecho de vender el subyacente en la fecha de vencimiento.
Corta de venta. (“Short put”)	• Recibe una prima. • Adquiere la obligación de comprar el subyacente en la fecha de vencimiento.

Nota. Esta tabla muestra las características de cada estrategia a emplear con opciones europeas. Tomado de Arenas (2019) https://www.rankia.mx/blog/como-comenzar-invertir-bolsa/4270703-caracteristicas-opciones-americanas-europeas.

Tabla III.4.4.

Estrategias para opciones americanas.

Opciones americanas.	
Posición	Característica
Larga de compra. ("Long call")	• Paga una prima. • Adquiere el derecho de comprar el subyacente, durante el periodo de tiempo que abarca de la fecha de inicio a la fecha de vencimiento.
Corta de compra. ("Short call")	• Recibe una prima. • Adquiere la obligación de vender el subyacente, durante el periodo de tiempo que abarca de la fecha de inicio a la fecha de vencimiento.
Larga de venta. ("Long put")	• Paga una prima. • Adquiere el derecho de vender el subyacente, durante el periodo de tiempo que abarca de la fecha de inicio a la fecha de vencimiento.
Corta de venta. ("Short put")	• Recibe una prima. • Adquiere la obligación de comprar el subyacente, durante el periodo de la fecha de inicio a la fecha de vencimiento.

Nota. Esta tabla muestra las características de cada estrategia a emplear con opciones americanas. Tomado de Arenas (2019) https://www.rankia.mx/blog/como-comenzar-invertir-bolsa/4270703-caracteristicas-opciones-americanas-europeas.

Una vez que se han definido todos los conceptos antes mencionados y se han comprendido en su totalidad las opciones europeas tanto "call" como "put", es momento de hablar de dos de los modelos más importantes para la valuación de dichas opciones; es decir, el estado del arte del modelo de Black - Scholes - Merton y el modelo de Cox - Ross – Rubenstein.

III.5. Relación entre opciones europeas de compra y de venta.

Es importante mencionar que existe una relación significativa entre el valor de una opción de compra europea y una opción de venta europea con el mismo precio de ejercicio y fecha de vencimiento. Una estrategia común para aprovechar esta relación es comprar una acción, vender una opción de compra y comprar una opción de venta. Esta estrategia genera ganancias constantes (o pérdidas) independientemente del precio de mercado de la acción en la fecha de vencimiento.

El término "arbitraje" se utiliza en el mercado de opciones para referirse a una estrategia en la que se compra un contrato subvaluado y se vende otro sobrevalorado de dos activos subyacentes relacionados. Esta estrategia busca obtener una ganancia positiva sin riesgo y sin inversión adicional. El arbitraje en general se refiere a la compra y venta simultánea del mismo instrumento en diferentes mercados, con el objetivo de obtener ganancias pequeñas pero seguras.

La tabla de arbitraje es una herramienta importante para determinar la relación entre el precio de una opción de compra y una de venta. Esta relación surge de la necesidad de elaborar un portafolio de inversión con valores asociados a las acciones y calcular su valor futuro para cada posible precio de las acciones en la fecha de vencimiento. Con base en el principio de que un portafolio que genere rendimientos futuros nulos en cada escenario deberá tener un valor nulo hoy para evitar el arbitraje, es posible establecer la relación entre los valores de las opciones europeas de compra y venta.

En esta sección y en lo sucesivo se harán las siguientes suposiciones:

- No arbitraje.
- No existen costos de transacción.
- Todas las pérdidas o ganancias están sujetas a la misma tasa de interés.
- Existe la posibilidad de prestar y pedir prestado con una tasa de interés libre de riesgo.

Para obtener la relación entre el precio de una opción europea de compra y de venta, se puede construir un portafolio de inversión. Este portafolio implica la venta de una opción de compra y la compra de una opción de venta, ambas con la misma fecha de vencimiento y precio de ejercicio. También implica la compra de una acción y la solicitud de un préstamo, que se pagará en el tiempo t y con el mismo precio de ejercicio K, se pide un préstamo de $K(1+r)^{-t}$ pagaderos al tiempo t y se compra una acción como se muestra en la **Tabla III.5.1**. El día de hoy el valor del portafolio es $C - P + K(1+r)^{-t} - S$ donde:

$C =$ El valor en el mercado de una opción europea de compra ("call").

$P =$ El valor en el mercado de una opción europea de venta ("put").

$S =$ El valor de mercado del bien operado.

$K =$ Precio de ejercicio pactado.

$r =$ Tasa de interés libre de riesgo.

$t =$ Fecha de vencimiento.

Tabla III.5.1.

Relación del precio entre opciones europeas de compra y venta.

Fecha actual		Fecha de vencimiento t	
		$S_t \leq K$	$S_t > K$
Venta de opción de compra	C	NA	$K - S_t$
Compra de opción de venta	$-P$	$K - S_t$	NA
Compra de acción	$-S$	S_t	S_t
Préstamo	$K(1+r)^{-t}$	$-K$	$-K$
Total		NA	NA

Nota. Creado por el autor con información tomada de Option Markets (p.41), por Cox, J. C. Rubenstein, R.,1985, Pearson Prentice Hall.

Nótese que el factor $(1+r)^{-t}$ representa el valor presente de un peso que se pagará en el tiempo t. Por lo tanto, si el precio de ejercicio K será pagado en el tiempo t, el factor $K(1+r)^{-t}$ es simplemente su valor presente. Al analizar el valor del portafolio en el tiempo t se tiene que si $S_t \leq K$ entonces la opción de venta comprada vale $K - S_t$ (donde $S_t =$ Valor de la acción en el tiempo), y la opción de compra vendida expirará sin valor. Por otro lado, si $S_t > K$, entonces la opción de compra vendida valdrá $S_t - K$ y la opción de venta expirará sin ningún valor (Cox y Rubenstein, 1985).

En ambos casos, se puede observar que el valor de la acción comprada será de S_t y se deberá pagar el préstamo que en esa fecha asciende a K pesos por lo cual, al tiempo t, no se tiene pérdida ni ganancia. Si se considera la posición contraria, es decir: comprar una opción de compra, vender una opción de venta, vender una acción y prestar $K(1+r)^{-t}$ se tiene que el valor de esta posición en el tiempo t es de cero. Como consecuencia de lo anterior y bajo el supuesto de no arbitraje, se cumple que la inversión inicial requerida para establecer estrategias es de cero:

Ecuación. III.5.1… $C + K(1+r)^{-t} - P - S = 0$

o de manera equivalente:

Ecuación. III.5.2… $C + K(1+r)^{-t} = P + S$

La relación anterior se conoce como paridad “put” - “call” y es a través de la misma que el valor de una opción europea de compra puede deducirse a partir del valor de una opción europea de venta con el mismo precio y fecha de ejercicio que la opción de compra y viceversa valor (Cox y Rubenstein, 1985).

III.6. Relación entre opciones americanas de compra y de venta.

Al igual que en la sección anterior, se puede establecer una relación entre el precio de una opción americana de compra y una opción americana de venta. Es importante tener en cuenta que nunca es óptimo ejercer una opción americana de compra antes de la fecha de vencimiento, por lo que una opción americana de compra no ofrece ninguna ventaja sobre una opción europea de compra con características similares (Cox y Rubenstein, 1985).

Así, siguiendo la notación usual Cox y Rubenstein (1985), se puede afirmar que el precio de una opción americana de compra es igual al precio de una opción europea de compra:

Ecuación. III.6.1 … $C^* = C$

Donde: C^* representa el valor de una opción americana de compra y C el valor de una opción europea de compra. Para las opciones tanto americanas como europeas de venta hay ciertas circunstancias en las que sí es menester ejercer una opción americana de venta antes de la fecha de vencimiento. Es por esto por lo que se puede afirmar que una opción americana de venta si proporción ventajas sobre una opción europea de venta:

Ecuación. III.6.2 … $P^* > P$

Donde: P^* representa el valor de una opción americana de venta y P el valor de una opción europea de venta. Retomando la paridad “put” - “call” se tiene que:

Ecuación. III.6.3… $P^* > P = C + K(1+r)^{-t} - S$

$\Leftrightarrow$

Ecuación. III.6.4… $P^* > C + K(1+r)^{-t} - S$

$\Leftrightarrow$

Ecuación. III.6.5…$C - P^* < S - K(1+r)^{-t}$

Luego, considérense los siguientes portafolios de inversión:

Portafolio A: Una opción europea de compra más una cantidad de dinero equivalente a K.

Portafolio B: Una opción americana de venta más una acción.

Ambas opciones tienen el mismo precio y fecha de ejercicio, además el efectivo en el Portafolio A se invierte a la tasa de interés libre de riesgo. En el supuesto de que la opción de venta no sea ejercida antes de la fecha de ejercicio, el Portafolio B valdrá, en ese mismo tiempo, el máximo entre S_t y K, es decir, $máx\{S_t\ , K\ \}$, mientras que el Portafolio A valdrá $máx\{S_t\ , K\ \}\ + K(1+r)^{-t}\ - K$. Se tiene así que, el Portafolio A tiene un valor mayor. A lo largo del trabajo se utiliza la notación usual para opciones y derivados financieros (Hull, 2012).

Aquí es válido preguntarse ¿qué sucedería si la opción de venta fuese ejercida antes de la fecha de vencimiento? La respuesta es que el Portafolio B valdrá K en el tiempo $\tau\ < t$, sin embargo, aún si la opción estuviera fuera del dinero, el Portafolio A valdría $K(1+r)^{-t}$ que claramente es mayor que K. Por tanto, se puede concluir que el Portafolio A tiene un valor mayor que el Portafolio B en todas las circunstancias posibles. Así:

$C +\ K\ > P^* + S$ y dado que $C^* =\ C$, se tiene que:

Ecuación. III.6.6… $C^* -\ P^* >\ S - K$

Si se combina este resultado con el obtenido en la sección anterior, se obtiene la siguiente relación entre el valor de una opción americana de compra y el valor de una opción americana de venta:

Ecuación. III.6.7… $S - K < C^* -\ P^* <\ K(1+r)^{-t}$

CAPÍTULO IV: MODELOS DE SIMULACIÓN.

Uno de los aspectos más importantes del estudio de las opciones financieras es su valuación y aunque ya se habló acerca de algunas de las restricciones que tendrán los precios de estos instrumentos esto no es suficiente para poder dar un precio exacto que un inversionista debería pagar para adquirir o vender una opción. Así, en el presente capítulo se busca desarrollar, mediante la herramienta de software más popular en las empresas, un par de modelos matemáticos que permitan obtener un precio certero para un inversionista que busca comprar o vender una acción.

Así, primeramente, se hablará sobre la diferencia entre valuación de opciones y el cálculo del precio de las mismas. Además, en este trabajo se presentarán dos de las más populares metodologías para calcular el precio de una opción. Se abordará el modelo de Cox - Ross - Rubenstein o de árboles binomiales y el modelo de Black - Scholes - Merton, mencionando sus principales características y sus dos grandes vertientes: determinista y probabilística. Al igual que los conceptos matemáticos necesarios para la comprensión de dichos modelos.

Posteriormente, se realizará la simulación de los precios de opciones de acciones. Mediante el uso de una base de datos, se calculará la volatilidad histórica y se obtendrá el precio de la opción usando los cinco parámetros que ambos modelos requieren. Finalmente, el presente trabajo tendrá un enfoque de manejo de escenarios, respondiendo a la pregunta "¿Qué pasa si el inversionista elige este precio?". De igual forma se buscará dar respuesta a la siguiente pregunta: "¿Cómo se calculan los precios de las opciones y el uso de Excel para dichos cálculos?

De esta manera, en la siguiente sección, se abordarán conceptos matemáticos que brindarán una mejor comprensión a los modelos econométricos al igual que su implementación en Excel como herramienta de simulación de los mismos.

IV.1. Modelos de cálculo de precios de opciones financieras.

En el año 1973, The Chicago Board of Options Exchange (CBOE) inició con el comercio de opciones, aunque dicho mercado era regulado por instituciones financieras y el intercambio de estas se realizaba "over - the - counter" (OTC).

Fue durante ese mismo año que Black, Scholes y Merton publicaron un artículo sobre la teoría del modelaje de los precios de las opciones, revolucionando así el campo de la ingeniería financiera el cual no ha dejado de crecer desde aquel entonces. La teoría para valuar opciones parte del trabajo publicado por Fisher Black y Myron Scholes en 1973 al igual que los de Robert Merton, Cox, Ross y Rubenstein (Hull, 2012).

En 1979, Cox, Ross y Rubinstein presentaron un modelo binomial para valorar opciones financieras. Este modelo consiste en representar el precio de la opción mediante una simulación discreta de una caminata aleatoria binomial, que se basa en el movimiento de los precios de las acciones, los cuales sólo tienen dos opciones posibles en cualquier período de tiempo: subir o bajar, formando un árbol binomial.

Las ramas del árbol binomial representan las posibles trayectorias que el precio del activo subyacente puede seguir durante la vida de la opción, y se asume que no existen "oportunidades de arbitraje". Esto significa que, si hay dos alternativas de inversión libres de riesgo, ambas producirán el mismo rendimiento. Esto implica que no hay oportunidad de obtener una ganancia libre de riesgo en la toma de decisiones (Cox et al., 1985).

La opción “call” del precio de la opción obtenida mediante este modelo depende solamente de la tasa de interés (la cual carece de riesgo) y que es independiente de la tasa de retorno esperada del precio de dicho activo. Cox, Ross y Rubenstein demostraron que al comprar un activo mediante un préstamo (en un mercado de dinero libre de riesgo) en proporciones “apropiadas”, es posible replicar la posición de la opción “call” (Iacus, 2008).

Por otro lado, el modelo de valuación de opciones financieras de Black - Scholes - Merton es sumamente atractivo pues se deriva de diversos parámetros que se pueden obtener simplemente observándose (excepto uno, por supuesto, la volatilidad). El precio de las opciones puede obtenerse de la misma manera que se obtendría al contar con un activo subyacente cuyo riesgo sea cero. En reconocimiento a sus innovadoras aportaciones a la teoría de valuación de derivados, Scholes y Merton fueron recompensados en 1997 con el premio Nobel de Economía (Kwok, 2008).

Posteriormente, en el presente texto se explorarán ambos modelos para valuar opciones europeas “call” y “put”, las cuales son las más populares en el mercado de opciones. El precio subyacente del activo tiene un comportamiento geométrico browniano con una tasa de desviación y varianza constantes. Sin embargo, sus mayores críticos concuerdan en que los defectos de dicho modelo son:

- Asumir que la volatilidad es constante.
- Asumir que el precio del activo es continuo.
- Las transacciones tienen un costo nulo.

Así, al emplear el modelo de Black - Scholes para valuar opciones se deben considerar diferentes valores de volatilidad (llamados “volatilidades implícitas”) así como diferentes vencimientos y precios strike. Aún con todas estas desventajas el modelo Black - Scholes es el más empleado al valuar opciones financieras. Lo anterior se debe a que dicho modelo (a diferencia de otros) contempla el único parámetro que no es directamente observable en el mercado; la volatilidad. Esto brinda la opción de “vender cuando la volatilidad es alta y comprar cuando la volatilidad es baja.” (Kwok, 2008).

IV.2. El modelo de Cox - Ross - Rubenstein.

El modelo para valuar opciones de dos elementos de Cox - Ross – Rubenstein (CRR), es una fórmula matemática que se utiliza para estimar el valor de una opción. Dicho modelo fue desarrollado por tres matemáticos: John Carrington Cox, Stephen Alan Ross y Mark Edward Rubinstein en 1979. Si se suponen que las acciones no pagan dividendos y si el precio actual en el mercado de una acción x es de S, el precio de una acción al final de un periodo de tiempo t será cualquiera de los siguientes valores:

$$uS \text{ con probabilidad } q$$

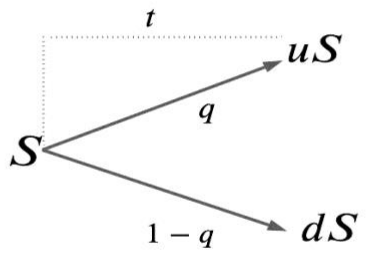
o bien,

$$dS \text{ con probabilidad } 1 - q$$

El modelo de Cox - Ross - Rubenstein (o modelo de árboles binomiales pues se asume que el precio de los activos subyacentes sigue la distribución binomial) para la valuación de opciones consiste, en esencia, en suponer que el precio de una acción sigue un proceso binomial en periodos de tiempo relativamente pequeños, esto es, el precio de una acción puede variar en un periodo corto de tiempo (Cox y Rubenstein, 1985).

Figura IV.2.1.

Precio de una acción considerando la probabilidad de que suba o baje en la fecha de vencimiento.



Nota. Creado por el autor con información tomada de *Option Markets* (p.171), por Cox, J. C. Rubenstein, R.,1985, Pearson Prentice Hall.

El modelo CRR trabaja bajo las siguientes suposiciones:

1. Durante el periodo de la opción, no se producen cambios en las tasas de interés.
2. La variación del precio de la acción es continua y suave a lo largo del tiempo.
3. Los bienes pueden ser adquiridos o vendidos en cantidades fraccionarias.
4. No hay cargos adicionales relacionados con las transacciones, tales como impuestos o comisiones.
5. Los inversores no tienen la capacidad de beneficiarse de oportunidades de arbitraje.
6. No se generan rendimientos en el activo subyacente mientras la opción está en vigor.
7. El precio del activo subyacente sigue un proceso binomial multiplicativo en tiempo discreto, es decir, existe una probabilidad q de que la cotización del subyacente aumente en $u\%$ o bien, una probabilidad $(1-q)$ de que disminuya en $d\%$

8. El multiplicador al alza está dado por $u = 1 + \frac{u}{100}$ y el multiplicador a la baja está dado por $d = 1 - \frac{d}{100}$
9. Si $w = (1 + r)^t$, donde r es la tasa de interés pagada por algún instrumento libre de riesgo, los valores de u y d deben cumplir lo siguiente:

$$u > w > d$$

De acuerdo con Cox y Rubenstein (1985):

> Si se supone que la desigualdad anterior no se cumple, entonces esto implicaría la existencia de oportunidades de arbitraje con el simple hecho de prestar y pedir prestado dinero. Por ejemplo, si $u > w > d$, un inversionista tendría la posibilidad de obtener cierta ganancia pidiendo S cantidad de dinero a una tasa r y comprando la acción x, de esta manera se garantiza que, aunque el precio de la acción x se estableciera en un nivel dS se podría pagar el préstamo con los intereses acumulados, y más aún, se podría obtener $dS - wS$ como ganancia segura. Si el precio de la acción x se estableciera en uS, entonces se obtendría una ganancia aún mayor. Finalmente, si $u > w > d$ ningún inversionista compraría esta acción y en vez de ello sería preferible invertir el dinero en el banco o en bonos.

Ahora bien, para visualizar la valuación de una opción sobre una acción x , se considera el escenario más simple: se supone que el precio de la acción sólo sufre un cambio durante la vida de la opción. Se hará el desarrollo para una opción de compra, pero el mismo procedimiento aplica para opciones de venta.

Sea C el valor actual en el mercado de una opción de compra sobre la acción x, sea Cu el valor de la opción en la fecha de vencimiento t si es que el precio de la acción se establece en uS, y sea Cd el valor de la opción en la fecha de vencimiento t si es que el precio de la acción se establece en dS. Recordando que la fecha de vencimiento de una opción es su valor intrínseco, el valor de la opción en la fecha de vencimiento t será:

$Cu = max\,\{0, uS - K\}$ si es que la acción vale uS

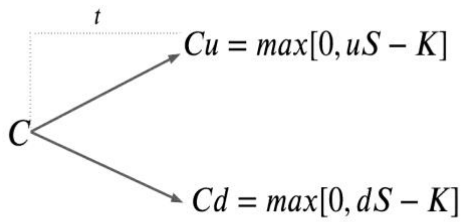
o bien

$$Cd = max\,\{0, dS - K\} \text{ si es que la acción vale } dS$$

Donde K es el precio de ejercicio pactado en la opción.

Figura IV.2.2.

Precio de una opción de compra en la fecha del vencimiento.

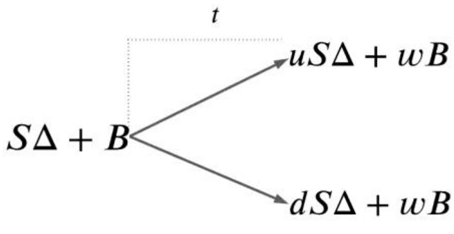


Nota. Creado por el autor con información tomada de *Option Markets* (p.171), por Cox, J. C. Rubenstein, R.,1985, Pearson Prentice Hall.

Considérese la siguiente estrategia: Supóngase que se forma un portafolio que contenga Δ acciones y una cantidad de dinero de B pesos invertidos en instrumentos libres de riesgos. El valor de dicho portafolio es día de hoy será de $S\Delta + B$. En el tiempo t, el valor de dicho portafolio será de: $uS\Delta + wB$ si el precio de la acción es de uS, o bien $dS\Delta + wB$ si el precio de la acción es de dS.

Figura IV.2.3.

Estrategia para un portafolio de acciones y su posible valor en el tiempo t.



Nota. Creado por el autor con información tomada de *Option Markets* (p.172), por Cox, J. C. Rubenstein, R.,1985, Pearson Prentice Hall.

Como se tiene la posibilidad de seleccionar Δ y B de manera libre, supóngase ahora que se eligen de manera tal que el valor del portafolio en el tiempo t sea equivalente al valor de la opción en el mismo tiempo para cada posible resultado. Para conseguir lo anterior es necesario que:

Ecuación. IV.2.1… $uS\Delta + wB = Cu$

Y

Ecuación. IV.2.2… $dS\Delta + wB = Cd$

Si las ecuaciones anteriores son resueltas para Δ y B se obtiene lo siguiente:

Ecuación. IV.2.3… $\Delta = \frac{Cu-Cd}{(u-d)S}$

Ecuación. IV.2.4… $B = \frac{uCd-dCu}{(u-d)w}$

Retomando el problema inicial Cox y Rubenstein (1985), de conocer el valor de la opción el día de hoy y tomando como referencia el valor del portafolio:

Si $C < S\Delta + B$ existiría la posibilidad de hacer arbitraje vendiendo el portafolio y comprando la opción. Así se aseguraría una ganancia inmediata sin inversión alguna y más aún, como el valor de la opción en el tiempo t es igual al valor del portafolio, esto garantizaría el pago por la venta del portafolio, por otro lado, si $C > S\Delta + B$, la estrategia que se podría aplicar sería la de vender una opción de compra y comprar el portafolio asegurando nuevamente una ganancia inmediata aunada al pago del comprador de la opción si este decide ejercerla en el tiempo t.

Bajo los argumentos previos, en ausencia de arbitraje, debería cumplirse que:

$C = S\Delta + B$, es decir, el valor de la opción el día de hoy debería ser igual al valor del portafolio con las características anteriores. Si se sustituye el valor de Δ y de B en la ecuación anterior, se obtiene que:

Ecuación. IV.2.5… $C = \frac{Cu-Cd}{(u-d)} + \frac{uCd-dCu}{(u-d)w}$

$\Leftrightarrow$

Ecuación. IV.2.6… $C = \frac{\left(\frac{w-d}{u-d}\right)Cu + \left(\frac{u-w}{u-d}\right)Cd}{w}$

Si se define $p = \frac{w-d}{u-d}$, entonces $1 - p = \frac{u-w}{u-d}$. Por tanto, se tiene que:

Ecuación. IV.2.7… $C = \frac{pCu + (1-p)Cd}{w}$

Que además es siempre mayor que $S - K$, pues:

- Si $uS \leq K$, entonces $S < K$, ya que $u > (1+r)^t$ y como $r > 0$ y $t > 0$, se tiene que $u > 1$ por lo cual $uS > S$. Así, $C = 0$.
- Si $dS \geq K$, entonces $C = S - \frac{K}{W} > S - K$, ya que $w > 1$.
- Si $uS > K > dS$, entonces $C = \frac{p(uS-K)}{W}$, y esta cantidad siempre es mayor que $S - K$ si $(1-p)dS < (w-p)K$ lo cual siempre es verdad pues $w > 1$.

La Ecuación. IV.2.7. es la "fórmula exacta" para el valor de una opción cuya fecha de expiración se establece en el tiempo t , tomando en cuenta que existe un único movimiento en el precio de la acción durante su vigencia. De igual forma, esa ecuación obtenida para la valuación de opciones no considera la probabilidad q de movimientos hacia arriba o hacia abajo del precio de la acción. Esto es, se obtendría el mismo valor para la opción cuando la probabilidad de que hubiese un movimiento de S a uS fuera de $q = 0.8$ o bien $q = 0.2$.

Por otro lado, cabe mencionar que la estrategia para formar el portafolio de referencia para valuación de opciones no es única. Por ejemplo: sea S el valor en el mercado de una acción x y sea C el valor actual de una opción europea de compra sobre dicha acción con fecha de vencimiento de la opción en el tiempo t. Si se supone que en esta fecha el precio de la acción es de uS con probabilidad q o bien de dS con probabilidad $(1-q)$, entonces el valor de la opción en la fecha de vencimiento será de:

$C_u = max\{0, uS - K\}$ si es que el precio de la acción vale uS,

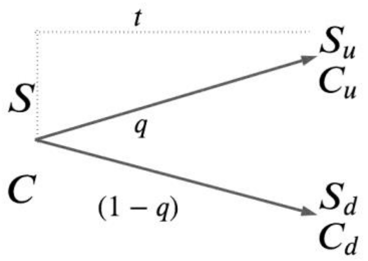
o bien,

$C_d = max\{0, dS - K\}$ si es que el precio de la acción vale dS.

Donde K es el precio de ejercicio pactado en el contrato de opción u y d son dos números que en ausencia de arbitraje deben cumplir $u > (1+r)^{-t} > d$. Donde $(1+r)^{-t}$ es el rendimiento que se puede obtener en algún instrumento libre de riesgo en el mismo periodo en que es considerado el cambio de precio de la acción. Ver **Figura IV.2.4.**

Figura IV.2.4.

Comportamiento del precio del bien y de la opción.



Nota. Creado por el autor con información tomada de *Option Markets* (p.175), por Cox, J. C. Rubenstein, R.,1985, Pearson Prentice Hall.

Considérese un portafolio que conste de una posición larga en Δ bienes y en una posición corta en una opción. Se calcula primeramente el valor de Δ que hace al portafolio libre de riesgo. Se establece el valor de la acción en uS entonces el valor del portafolio al final de la vida de la opción será de $uS\Delta - C_u$. Si, por el contrario, el valor de la acción se establece en dS, entonces el valor del portafolio al final de la vida de la opción será de $dS\Delta - C_d$. Como el portafolio es libre de riesgo entonces se tiene que cumplir lo siguiente:

Ecuación. IV.2.8… $uS\Delta - C_u = dS\Delta - C_d$

o, equivalentemente:

Ecuación. IV.2.9… $\Delta = \frac{Cu - Cd}{(u-d)S}$

De ser así, dicho portafolio deberá generar la tasa de interés libre de riesgo. La Ecuación III.2.9. muestra que Δ es la proporción de cambio en el precio de la opción con respecto al cambio en el precio de la acción. Denotando r a la tasa libre de riesgo el valor del portafolio es:

$$\text{Ecuación. IV.2.10}\ldots[uS\Delta - C_u](1+r)^{-t}$$

El costo para establecer dicho portafolio al día de hoy es de $S\Delta - C$. En ausencia de arbitraje debe cumplirse que: $S\Delta - C = [uS\Delta - C_u](1+r)^{-t}$. Sustituyendo Δ en la ecuación (8) y simplificando se tiene que:

$$\text{Ecuación. IV.2.11}\ldots C = (1+r)^{-t}[pC_u + (1-p)C_d]$$

Donde:

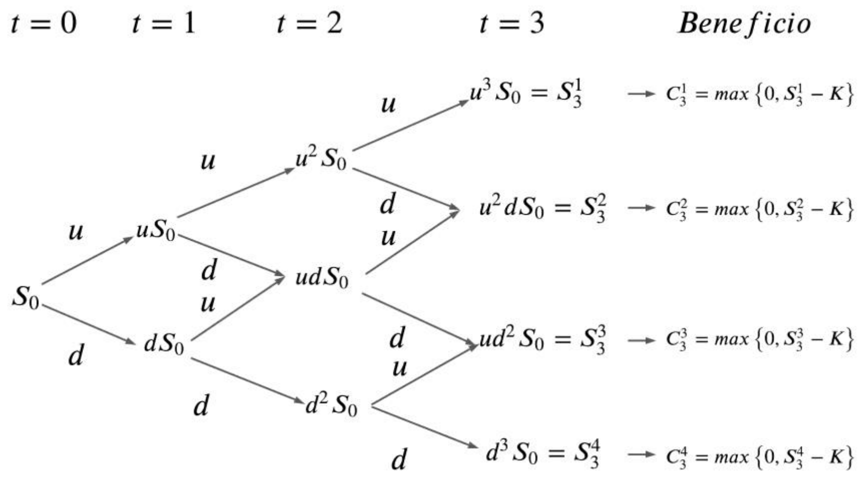
$$\text{Ecuación. IV.2.12}\ldots p = \frac{(1+r)^{-t} - d}{u-d}$$

Nótese que con esta estrategia se obtuvo exactamente la misma fórmula de valuación que en la primera estrategia. Son dos maneras distintas de formar los portafolios de referencia para la valuación de opciones.

Considérese ahora, ambos casos: el de una opción “call” y el de una opción “put”, donde S_t^i representa el precio spot simulado i del activo subyacente en la fecha de vencimiento, es decir, el periodo t, y K es el precio strike. Supóngase que entre la fecha inicial y la de vencimiento hay tres periodos ($n = 3$). La evolución del activo subyacente se muestra en la **Figura IV.3.5**. Como el precio (prima) de una opción es una función del precio del subyacente entonces el precio (prima) de una opción también seguirá un proceso binomial multiplicativo como se ilustra en la **Figura IV.2.5** en el caso de una opción de compra.

Figura IV.2.5.

Árbol de tres periodos para una opción de compra.



Nota. Creado por el autor con información tomada de *Option Markets* (p.196), por Cox, J. C. Rubenstein, R.,1985, Pearson Prentice Hall.

En pocas palabras el beneficio está dado por las ganancias en caso de ejercer el derecho de compra o venta, y en caso de que estas sean negativas, es decir, perdidas, se decide no ejercer el derecho y entonces el beneficio es 0.

Naturalmente se puede ver que $d < u$, es decir, la tasa con la que decrece el precio es menor a la tasa con la que incrementa, al igual que $1 + r < u$, es decir, la tasa promedio de las variaciones del precio spot es menor igualmente a la tasa con la que incrementa el precio.

El modelo de Cox - Ross - Rubenstein (CRR) propone que, en un periodo corto de tiempo en un mundo libre de riesgo, el modelo del árbol binomial arroja valores que coinciden con la media y la varianza del activo subyacente. Así, la volatilidad del activo subyacente, o, mejor dicho, su desviación estándar de los dividendos de la acción se calcula mediante las siguientes ecuaciones:

Ecuación. IV.2.13… $uS_t = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$

y

Ecuación. IV.2.14… $dS_t = \frac{1}{uS_t} = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$

IV.3. El modelo de Black - Scholes - Merton.

En el contexto de la valuación de opciones financieras, se establece un portafolio libre de riesgo que consta de una posición en opciones y una posición en acciones. La premisa fundamental es que, en ausencia de oportunidades de arbitraje, el rendimiento de dicho portafolio será igual a la tasa de interés libre de riesgo. Los movimientos en el precio de la acción son la principal fuente de incertidumbre tanto para el precio de la acción como para el precio de la opción.

Es importante destacar que, al establecer la pérdida o la ganancia con la posición en la acción, siempre se compensa con la posición de la opción en el portafolio libre de riesgo. Esto significa que, al final del período, el valor del portafolio es conocido con certeza. De esta manera, el modelo de valuación de opciones binomial proporciona una herramienta útil para estimar el precio justo de una opción en el mercado financiero, considerando diversas condiciones y supuestos previamente establecidos.

Como se mencionó en el Capítulo I, en 1973 las ecuaciones de Black - Scholes - Merton fueron publicadas en el artículo “The pricing of options and corporate liabilities”. Desde su publicación, dicho modelo se convirtió en la herramienta más usada por los inversionistas en el mundo de la valuación de opciones y aún es considerada como la mejor manera de determinar el precio de las opciones. En la presente sección se hablará de manera muy general acerca de los supuestos y los resultados de este popular método, cuyo propósito es determinar el precio de opciones. Retomando a Hull (2012):

> Se expondrá el supuesto de lognormalidad, pues es el modelo más utilizado para explicar la evolución de los precios de las acciones, ya que en él se establece que los precios de las mismas tienen una distribución lognormal. Más aún, este es el supuesto hecho por el modelo de Black - Scholes - Merton para la valuación de opciones sobre el comportamiento de los precios de las acciones.
>
> Así, el supuesto de lognormalidad es un modelo muy utilizado en la explicación de la evolución de los precios de las acciones, y es el modelo que se utiliza en el modelo de Black-Scholes-Merton para la valuación de opciones sobre el comportamiento de los precios de las acciones. Según este supuesto, los precios de las acciones tienen una distribución lognormal, lo que significa que los cambios proporcionales en los precios de las acciones en pequeños periodos de tiempo

tienen una distribución normal y los precios de las acciones en cualquier tiempo en el futuro tienen una distribución conocida como lognormal.

Una variable con distribución lognormal está restringida a ser positiva, mientras que una variable con distribución normal puede tomar valores negativos o positivos. Es importante destacar que una distribución normal es simétrica con respecto a la media, mientras que una distribución lognormal no lo es. En el supuesto de lognormalidad, los dos parámetros clave que describen el comportamiento de los precios de las acciones son el rendimiento esperado en la acción (μ) y la volatilidad en el precio de la acción (σ) Hull (2012).

El parámetro μ representa el rendimiento que un inversor espera obtener en un corto período de tiempo y se expresa como una proporción anualizada del precio de la acción. Dado que los inversores buscan rendimientos más altos al invertir en acciones más riesgosas, el valor de μ suele estar relacionado con el riesgo del rendimiento de la acción y depende de las tasas de interés actuales del mercado. Cuantos mayores sean las tasas de interés, mayor será el rendimiento esperado en cualquier acción. El valor de μ se establece generalmente en torno al 8% por encima de la tasa de interés libre de riesgo del mercado (Hull, 2012).

El conocimiento detallado de los determinantes de μ no es esencial para la valuación de opciones, ya que se utiliza el principio de "valuación neutral al riesgo". Este principio establece que el rendimiento que un inversionista esperaría ganar en una acción es simplemente la tasa de interés libre de riesgo. Por otro lado, la volatilidad del precio de la acción, σ, es un factor crucial para la valuación de opciones, ya que mide la incertidumbre en los rendimientos de la acción. Los valores típicos de σ se encuentran en el rango de 20% a 40% según estadísticas (Hull, 2012).

De acuerdo con Hull (2012), como una variable con distribución lognormal tiene la propiedad de que su logaritmo natural se distribuye normal, entonces el supuesto de que los precios de las acciones tienen una distribución lognormal implica que el $ln(S_t\ )$ se distribuye normal, con la siguiente media y desviación estándar:

Ecuación. IV.3.1… $ln\, S\ +\ \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T$

y

Ecuación. IV.3.2…. $\sigma\sqrt{T}$

Donde, tomando la notación usual de Hull (2012):

S_t = Precio de la acción en el tiempo t.

S = Precio actual de la acción.

μ = Rendimiento anual esperado en la acción.

σ = Volatilidad anualizada en el precio de la acción.

Lo anterior puede reescribirse como:

Ecuación. IV.3.3… $ln\, S_t \sim N\left[ln\, S + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T, \sigma\sqrt{T}\right]$

Donde $N(m, s^\wedge 2)$ denota una distribución normal con media m y desviación estándar s. El valor esperado o la media de S_t está dado por:

Ecuación. IV.3.4… $E(S_t) = Se^{\mu t}$

La varianza de S_t está dada por:

Ecuación. IV.3.5… $Var\,(S_t) = S^2 e^{2\mu t}\left(e^{\sigma^2 t} - 1\right)$

El análisis de Black - Scholes - Merton se basa en el mismo principio que el método binomial presentado en la **Sección III.3.** Sin embargo, este análisis se enfoca en la obtención de fórmulas para valuar opciones europeas. A diferencia del método binomial, el modelo de Black - Scholes - Merton solamente se puede aplicar para opciones de tipo europeo. El modelo hace ciertas suposiciones para poder operar, entre ellas: que los precios de las acciones siguen una distribución lognormal, que la volatilidad del precio de la acción es constante en el tiempo, que las opciones son de tipo europeo y que las acciones no pagan dividendos durante la vida de la opción, que no hay oportunidades de arbitraje, que la tasa de interés es constante y que no hay costos de transacción Hull (2012).

Existen fórmulas para valuar opciones europeas de compra y venta sobre acciones que no tienen dividendos:

Ecuación. IV.3.6.... $C = SN(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2)$

Ecuación. IV.3.7... $P = Ke^{-rt}N(-d_2) - SN(d_1)$

Donde:

Ecuación. IV.3.8... $d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$

Ecuación. IV.3.9... $d_2 = \frac{ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} = d_1 - \sigma\sqrt{t}$

La función $N(x)$ es la función de distribución acumulativa para una variable normal estandarizada. Esto es, es la probabilidad de que una variable distribuida $N(0,1)$ sea menor a x.

Donde:

$C =$ Representa el precio de una opción europea de compra.

$P =$ Precio de una opción europea de venta.

$K =$ Precio de ejercicio pactado en la operación.

$r =$ Tasa de interés libre de riesgo.

$S =$ Precio de la acción operado.

$\sigma =$ Volatilidad en el precio de la acción operado.

$t =$ Fecha de vencimiento de la opción.

CAPÍTULO V: PRESENTACIÓN Y COMENTARIOS DE LOS RESULTADOS.

En este capítulo se hace la presentación del modelo construido para el cálculo del precio de la prima de una opción financiera; tanto “call” como “put”, por el modelo de árboles binomiales. Como se mencionó con anterioridad, el modelo de cálculo del precio de la opción financiera; tanto el “call” como el “put”, está elaborado en la hoja electrónica de cálculo Excel y las macros. El procedimiento básico del modelo de simulación elaborado es el siguiente:

Con los datos de precio spot, precio de ejercicio, tasa de interés libre de riesgos, tiempo de vida de la opción y la volatilidad, se precede a calcular los valores de *p*, *d* y *u* definidos en el Capítulo IV. En el nodo inicial del árbol, se elige un número aleatorio entre 0 y 1. Si el número aleatorio se encuentra entre 0 y p, entonces el precio de la acción en el siguiente periodo será el que se obtenga siguiendo la rama superior del árbol; es decir, la que se obtiene del resultado de uS. Ahora, si el número aleatorio se encuentra entre p y 1, entonces el precio de la acción en el siguiente periodo será el que se obtenga siguiendo la rama inferior del árbol; es decir, del resultado de dS (Cox y Rubenstein, 1985).

A partir de este resultado (primer nodo); se repite el procedimiento anterior y así sucesivamente hasta llegar el final del árbol; de tal manera que, el resultado es un posible camino para el precio de la acción que seguiría a través de cada uno de los periodos t en el que se haya dividido la vida de la opción financiera.

Si se define S_1 como el precio final de la acción, obtenido mediante la primera simulación. Entonces es posible, conociendo el precio de ejercicio pactado (K), calcular el precio de la opción financiera de compra (“call”) en la fecha de vencimiento.

Esto es: $C_1 = \max\{0, S_1 - K\}$; mientras que $P_1 = \max\{0, K - S_1\}$, será el precio de la opción financiera de venta (“put”) en la fecha de vencimiento.

El siguiente paso es simular otro posible camino para el precio de la acción, de la manera que se explicó con anterioridad. Si se define a ese segundo valor simulado S_2, se vuelve a calcular el precio de la opción financiera de compra (“call”) y de venta (“put”) como: $C_2 = \max\{0, S_2 - K\}$; y $P_2 = \max\{0, K - S_2\}$ respectivamente.

Se simula otro posible camino para el precio de la acción. Si se define a ese tercer valor simulado S_3, se vuelve a calcular el precio de la opción financiera de compra (“call”) y de venta (“put”) como: $C_3 = \max\{0, S_3 - K\}$; y $P_3 = \max\{0, K - S_3\}$ respectivamente.

Repitiendo el procedimiento una gran cantidad de veces: por ejemplo, n, se obtiene una serie de valores de precios simulados $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ y $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$. Con estos valores se hace una estimación del valor esperado del precio de la opción financiera, en la fecha de vencimiento, calculando el promedio aritmético de dichos valores, así como, su desviación estándar, mediante las fórmulas conocidas ampliamente; esto es:

Ecuación. V.1.1… $E\{CT\} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Ci}{n}$

y

Ecuación. V.1.2… $E\{PT\} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Pi}{n}$

Ecuación. V.1.3… $Std\{CT\} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}[Ci - E\{CT\}]^2}{n-1}}$

y

Ecuación. V.1.4… $Std\ \{PT\} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}[Pi - E\{PT\}]^2}{n-1}}$

Donde, de acuerdo con Hull (2012):

$E\{CT\}$ = Valor esperado del costo de la prima del “call”.

$E\{PT\}$ = Valor esperado del costo de la prima del “put”.

$Std\{CT\}$ = Estimación de la desviación estándar del costo de la prima “call”.

$Std\ \{PT\}$ = Estimación de la desviación estándar del costo de la prima “put”.

C_i = Valor resultado de la i-ésima simulación del precio de una opción “call”.

P_i = Valor resultado de la i-ésima simulación del precio de una opción “put”.

n = Número de simulaciones realizadas.

Posteriormente, considerando el concepto de la valuación neutral al riesgo, se calcula el costo de la prima de la opción financiera “call” y “put” como:

Ecuación. V.1.5… $C = e^{-rT}E\{CT\}$

y

Ecuación. V.1.5… P= $e^{-rT}E\{PT\}$

Respectivamente, donde:

r = Tasa de interés libre de riesgos.

T = Tiempo de vida de la opción financiera.

Si n es el número de simulaciones y Std es la desviación estándar de los precios simulados, el error aproximado del verdadero valor de la opción financiera estará dado por:

Ecuación. V.1.6…. $Err = {Std}/{\sqrt{n}}$

V.1. Ejemplo didáctico del modelo de simulación.

El siguiente ejemplo, es meramente ilustrativo y didáctico, del procedimiento de la simulación:

Supóngase que la empresa “SIN RIESGOS, S.A.” desea adquirir acciones de la empresa “TELEVISIÓN PARA TODOS, S.A.”; cuyo valor en mercado, el día de hoy, se encuentran en $50.00; pero, no desea descapitalizarse, por lo que adquiere opciones de compra de la acción en un precio de ejercicio de $50.00 para dentro de 5 (cinco) meses. Las condiciones de mercado muestran que la tasa de interés libre de riesgos de la economía local es de 10% anual y la volatilidad se ubica en 40% anual. ¿Cuál es el costo de la prima de la opción financiera de compra (“call”) que deberá pagar la empresa “¿SIN RIESGOS, S.A.”? Recuerde que el costo es unitario; esto es, el costo de la prima es por una opción financiera. Con la notación habitual, se tiene que:

$$S = 50$$

$$K = 50$$

$$r = 10\%$$

$$s = 40\%$$

$$T = 0.416667 = \frac{5}{12}$$

Para efectos del ejemplo y de la simulación, se divide el tiempo de vida de la opción en 5 periodos, cada uno corresponde a un mes; es decir, $t = 0.083333$. Se calculan los valores de p, u y d con las fórmulas conocidas:

$$u = e^{\sigma\sqrt{t}} = 1.2240$$

$$d = \frac{1}{u} = 0.8909$$

$$p = \frac{e^{rt} - d}{u - d} = 0.50732$$

Siguiendo con el procedimiento descrito con anterioridad, se procede a realizar la simulación para el precio de la acción en cada mes. Los resultados se encuentran en la **Tabla V.1.1**

Tabla V.1.1.

Primera simulación del precio de una acción de la empresa "TELEVISIÓN PARA TODOS, S.A."

Periodo (t meses)	Precio	Aleatorio	Precio de la acción en el periodo $t+1$
0	50.0000	0.5518607	44.5474
1	44.5474	0.744843	39.6894
2	39.6894	0.5013457	44.5474
3	44.5474	0.1410982	50.0000
4	50.0000	0.1459131	56.1200
5	56.1200		

Nota. Tabla creada por el autor para fines meramente ilustrativos.

Como se observa, el precio simulado final de la acción es de 56.1200; por lo que, el precio de la prima de compra, "call", de la opción financiera sería:

$C_1 = \max\{56.1200 - 50, 0\} = \$6.1200$. Se realiza una segunda simulación y los resultados se observan en la **Tabla V.1.2.**

Tabla V.1.2.

Segunda simulación del precio de una acción de la empresa "TELEVISIÓN PARA TODOS, S.A."

Periodo (t meses)	Precio	Aleatorio	Precio de la acción en el periodo $t+1$
0	50.0000	0.9164098	44.5474
1	44.5474	0.419376	50.0000
2	50.0000	0.6750302	44.5474
3	44.5474	0.1742006	50.0000
4	50.0000	0.9910843	44.5474
5	44.5474		

Nota. Tabla creada por el autor para fines meramente ilustrativos.

Como se observa, ahora el precio simulado final de la acción es de 44.5474; por lo que, el precio de la prima de compra, "call", de la opción financiera sería:

$C_2 = \max\{44.5474 - 50, 0\} = \$0.0000$. Se realiza una tercera simulación y los resultados se observan en la **Tabla V.1.3.**

Tabla V.1.3.

Tercera simulación del precio de una acción de la empresa "TELEVISIÓN PARA TODOS, S.A."

Periodo (t meses)	Precio	Aleatorio	Precio de la acción en el periodo $t+1$
0	50.0000	0.6008102	44.5474
1	44.5474	0.753982	39.6894
2	39.6894	0.9706797	35.3611
3	35.3611	0.2279259	39.6894
4	39.6894	0.5271504	35.3611
5	35.3611		

Nota. Tabla creada por el autor para fines meramente ilustrativos.

Como se observa, ahora el precio simulado final de la acción es de 35.3611; por lo que, el precio de la prima de compra, "call", de la opción financiera sería: $C_1 = \max\{35.3611 - 50, 0\} = \$0.0000$. Se repite el procedimiento anterior varias ocasiones, obteniendo una serie de precios simulados. Se calcula el valor esperado y la desviación estándar de dichos precios simulados y se calcula el valor presente del valor esperados de los precios simulados, obteniendo así, el costo de la prima de la opción financiera de compra, de las acciones de la empresa “TELEVISIÓN PARA TODOS, S.A.”, con las condiciones establecidas anteriormente. Como se muestra en la **Tabla V.1.4.**

Tabla V.1.4.

Tabla resumen de los cálculos “call” para la empresa “TELEVISIÓN PARA TODOS, S.A.”

Simulación	Precio “call”	Promedio “call”	Valor Presente Precio “call”	Error estándar “call”
1	6.120			
2	6.120	6.1200	5.8703	
3	0.000	4.0800	3.9135	1.3836
4	6.120	4.5900	4.4027	1.0183
5	20.699	7.8119	7.4930	1.6129
6	6.120	7.5299	7.2226	1.6128
7	20.699	9.4112	9.0271	1.9590
8	6.120	8.9998	8.6325	1.9902
9	6.120	8.6798	8.3256	1.9353
10	20.699	9.8818	9.4785	2.0096
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
991	0.000	6.9709	6.6864	0.6439
992	0.000	6.9638	6.6796	0.6436
993	6.120	6.9630	6.6788	0.6433
994	20.699	6.9768	6.6921	0.6429
995	0.000	6.9698	6.6853	0.6426
996	0.000	6.9628	6.6786	0.6423
997	0.000	6.9558	6.6719	0.6420
998	6.120	6.9550	6.6711	0.6417
999	6.120	6.9541	6.6703	0.6413
1000	0.000	6.9472	**6.6637**	**0.6410**

Nota. Tabla creada por el autor para fines meramente ilustrativos con datos de las simulaciones del ejemplo didáctico.

Con base en los resultados observados en la Tabla V.1.4. se tiene que el precio unitario simulado, de la opción financiera de compra de las acciones, que deberá pagar la empresa “SIN RIESGO, S.A.”; es decir, el costo de la opción “call”, será de $6.6637 y este valor simulado tiene un error de estimación de $0.0203, esto quiere decir, que el precio verdadero se encontrará ubicado en el intervalo ($6.6434, $6,6840).

Es claro que la aplicación del procedimiento descrito en la Tabla V.1.4. para calcular el precio de la opción financiera sería muy larga si no se automatiza; por lo cual, se hace uso de la herramienta de las macros de Excel, para lograr la sistematización del procedimiento. Esto es la esencia del trabajo, la elaboración de un modelo que ayude a la realización de los cálculos repetitivos y a su vez, permita una interacción con el usuario de manera amigable en su manejo y aplicación. El modelo en sí, llena cada una de las columnas de la Tabla V.1.4., con base en el proceso de simulación de Monte Carlo. El código de la macro se encuentra en el Anexo B.

La elaboración del modelo de simulación utiliza la información inicial de los parámetros El procedimiento está realizado con base en el método de Montecarlo; debido a que es una herramienta útil para la valuación, estimación de sensibilidad y análisis de riesgo del precio de una opción financiera mediante árboles binomiales. El Método de Montecarlo es un método numérico de evaluación del precio de una acción; ya que, el precio no es posible calcularse intuitivamente y una simulación puede proporcionar detalles de los factores que determinan el precio. Esencialmente, el método se basa en el hecho de que la distribución de los precios finales de las acciones, la determina el proceso de generación del movimiento de los precios de las acciones.

Este proceso puede simularse en una computadora, generando una serie de trayectorias de los precios de las acciones las cuales son conocidas como trayectorias muestra (“sample path”). Estas series de trayectorias determinan un conjunto de precios finales, los cuales pueden utilizarse para obtener un valor estimado del precio de una opción financiera; así como se puede obtener la desviación estándar del valor estimado, para establecer el nivel de exactitud de los resultados.

V.2. Explicación del modelo de simulación.

Ahora se explicará el funcionamiento de la herramienta y la interfaz con el usuario. Para esto se anexan capturas de pantalla del mismo al igual que explicaciones escritas detallando el propósito de cada parte que compone el modelo de simulación. Posteriormente se presentarán ejemplos del funcionamiento de la herramienta desarrollada, tomando dos distintas emisoras que cotizan en el mercado accionario local y dos emisoras que cotizan en el mercado de Estados Unidos de Norteamérica.

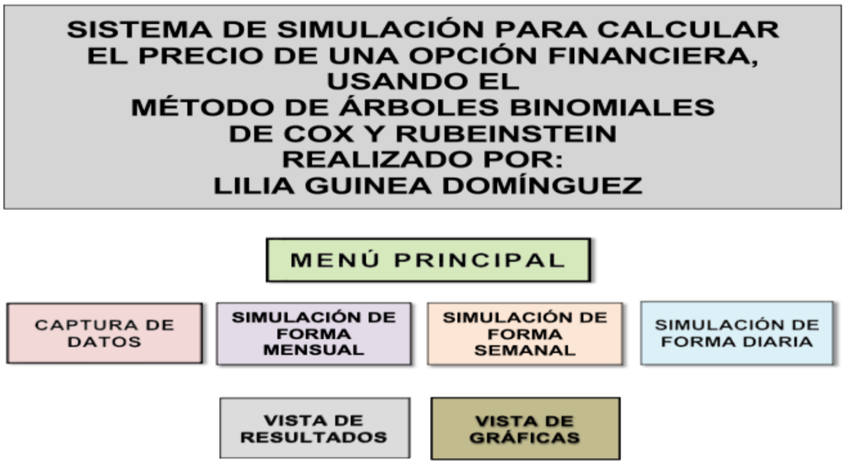
Así mismo, se hará un análisis del tipo "Qué pasa si", haciendo variar algunos de los parámetros de cálculo del precio en el modelo. En la **Figura V.2.1**. se muestra la carátula del sistema de simulación para el cálculo del precio de una opción mediante los dos métodos abordados en este texto: Cox - Ross - Rubinstein y Black - Scholes - Merton. La interfaz permite al usuario capturar los datos y posteriormente proceder al cálculo del precio de la opción financiera "call" y/o "put" de forma diaria, semanal o mensual.

De igual forma el usuario podrá acceder a un compilado de resultados de todos los cálculos de los precios comparados con el obtenido por el método de Black - Scholes - Merton. Finalmente se agrega un botón que ofrece al usuario la posibilidad de comparar las gráficas de los cálculos realizados. Es un apoyo visual que facilita observar la convergencia de los precios después de las 1000 simulaciones.

Primero, el usuario deberá presionar el botón "Captura de datos" para ingresar los parámetros del modelo; es decir, los valores de precio de mercado o precio spot, precio de ejercicio, tasa de interés libre de riesgo (anualizada), volatilidad anual y el tiempo de vida de la opción en meses. Como se muestra en la **Figura V.2.2**.

Figura V.2.1.

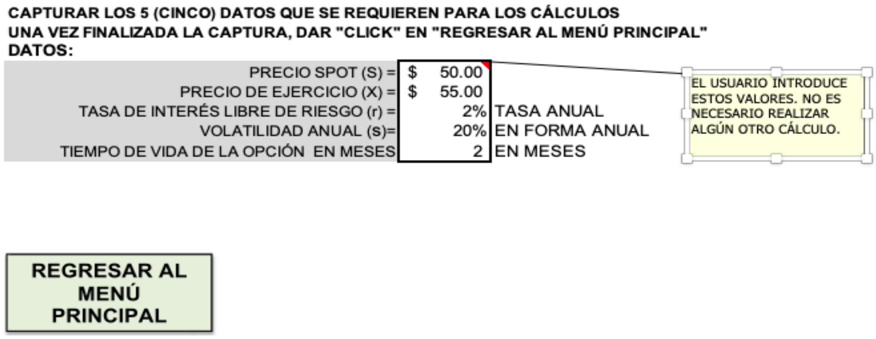
Menú de la herramienta / interfaz con el usuario.



Nota. Creado por el autor en Microsoft Excel.

Figura V.2.2.

Parámetros que el usuario debe ingresar antes de correr el modelo.



Nota. Creado por el autor en Microsoft Excel. Los valores de los parámetros que se observan en la imagen son meramente ilustrativos.

Una vez ingresados los parámetros deseados, el usuario debe revisar que los valores capturados sean los correctos. En caso de existir algún error en la captura de los mismos, podrá realizar las correcciones necesarias, navegando libremente en los valores capturados y reescribir los correctos en las celdas correspondientes. Una vez finalizado el proceso de captura, el usuario deberá presionar el botón “REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL” para regresar al menú principal mostrado en la **Figura V.2.1.** Cabe hacer mención que no le está permitido al usuario, hacer modificaciones a las celdas con fórmulas. Una vez capturados los datos, los cálculos necesarios para la ejecución del modelo, se realizan de manera automática. El proceso de captura sólo se realiza una vez, para ejecutar la simulación en forma mensual, semanal o diaria.

Una vez hecho el proceso de captura y validación de los parámetros del modelo, el usuario estará listo para ejecutar los procesos de simulación de cálculo del precio de la opción financiera. Para realizar dichos, el usuario deberá oprimir los botones de “SIMULACIÓN DE FORMA MENSUAL”; “SIMULACIÓN DE FORMA SEMANAL” y “SIMULACIÓN DE FORMA DIARIA”, en el orden que desee: pero, deberá ejecutar los tres procesos, para que los resultados sean consistentes.

Para calcular el precio simulado de forma mensual, el usuario debe seleccionar el botón “SIMULACIÓN DE FORMA MENSUAL”. Enseguida aparecerá en la pantalla el mensaje “Período de análisis un mes. Esta macro realiza 1000 simulaciones del cálculo del precio de una opción financiera, ¿continuamos?”; el usuario deberá presionar el botón “aceptar”. A continuación, aparecerá otro mensaje en la pantalla diciendo “Trabajando. Me puedo tardar un poco, ¿de acuerdo?" a lo cual el usuario deberá presionar nuevamente el botón "aceptar".

Es importante mencionar el porqué de todos estos mensajes. La primera razón es la accesibilidad. Si el usuario trabaja con una herramienta amigable será más sencillo asimilar, comprender y analizar la información que arroje el cálculo y la segunda razón es advertir al usuario que la máquina está trabajando y que hay que darle un poco de tiempo. Una vez concluido el proceso, nuevamente la herramienta enviará un mensaje al usuario diciendo: "Proceso terminado. Regresar al menú principal" a lo cual nuevamente el usuario deberá presionar el botón "aceptar".

Para calcular el precio simulado de forma semanal, el procedimiento es similar al realizado en forma mensual; esto es, el usuario debe seleccionar el botón "SIMULACIÓN DE FORMA SEMANAL". Enseguida volverá a aparecer la pantalla el mensaje "Período de análisis una semana. Esta macro realiza 1000 simulaciones del cálculo del precio de una opción financiera, ¿continuamos?"; el usuario deberá presionar el botón "aceptar". A continuación, aparecerá el otro mensaje en la pantalla diciendo "Trabajando. Me puedo tardar un poco, ¿de acuerdo?" a lo cual el usuario deberá presionar nuevamente el botón "aceptar".

Finalmente, para calcular el precio simulado de forma diaria, el procedimiento es similar al realizado en las dos ocasiones anteriores; esto es, el usuario debe seleccionar el botón "SIMULACIÓN DE FORMA DIARIA". Enseguida volverá a aparecer la pantalla el mensaje "Período de análisis un día. Esta macro realiza 1000 simulaciones del cálculo del precio de una opción financiera, ¿continuamos?"; el usuario deberá presionar el botón "aceptar". A continuación, aparecerá el otro mensaje en la pantalla diciendo "Trabajando. Me puedo tardar un poco, ¿de acuerdo?" a lo cual el usuario deberá presionar nuevamente el botón "aceptar".

Una vez ejecutados los tres procesos de simulación: en forma mensual, semanal y diaria, se está en posibilidades de ver los resultados en una tabla resumen de las simulaciones. Para acceder a ella, el usuario deberá oprimir el botón "VISTA DE RESULTADOS" del menú principal. Como se muestra en la Tabla de la **Figura V.2.3.**

Figura V.2.3.

Tabla resumen y comparativa de precios "call" y "put" calculados de forma mensual, semanal y diaria obtenidos mediante árboles binomiales y Black-Scholes.

ESTOS SON LOS RESULTADOS DE LAS TRES SIMULACIONES; MENSUAL, SEMANAL Y DIARIO SE MUESTRAN, COMO REFERENCIA, LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE BLACK & SCHOOLES.

TIPO DE SIMULACIÓN

	MENSUAL		SEMANAL		DIARIO		BLACK & SCHOOLES
PRECIO DEL CALL	$ 0.254520		$ 0.227814		$ 0.294181		$ 0.278135
PRECIO DEL PUT	$ 5.015508		$ 4.940082		$ 5.013025		$ 5.095107
ERROR ESTÁNDAR DEL PERECIO CALL	$ 0.015680		$ 0.026645		$ 0.073230		
ERROR ESTÁNDAR DEL PERECIO PUT	$ 0.259077		$ 0.153196		$ 0.144420		

SI QUIERES REALIZAR OTRA SIMULACIÓN O CAMBIAR DATOS, HAZ "CLICK" EN "REGRESAR EL MENÚ PRINCIPAL"

REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL **VER LAS GRÁFICAS**

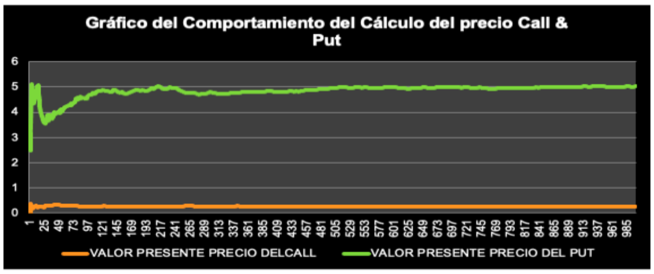
Nota. Creado por el autor en Microsoft Excel. Los valores de los parámetros que se observan en la imagen son meramente ilustrativos.

De regreso al menú principal o bien desde la muestra de la tabla de resultados, se puede tener acceso a la visualización de las gráficas resultado de las simulaciones. En dichas gráficas el usuario tendrá una perspectiva, de la forma en que los procesos de simulación ejecutados logran una convergencia "casi segura" al verdadero precio de la prima de la opción financiera. Es por ello que se eligió el número de 1000 simulaciones; ya que, en las gráficas puede apreciarse claramente, como desde aproximadamente, desde la simulación 500 o 600 (en algunos casos menos), los precios promedio simulados, van convergiendo. Las **Figuras V.2.4, V.2.5, V.2.6 y V.2.7**, muestran lo comentado anteriormente.

Figura V.2.4.

Gráfica de los precios simulados "call" y "put" de manera mensual con errores estándar en la hoja "CALCULOS".

	PRECIOS SIMULADOS	ERRORES ESTÁNDAR
CALL	0.2545	0.0157
PUT	5.0155	0.2591

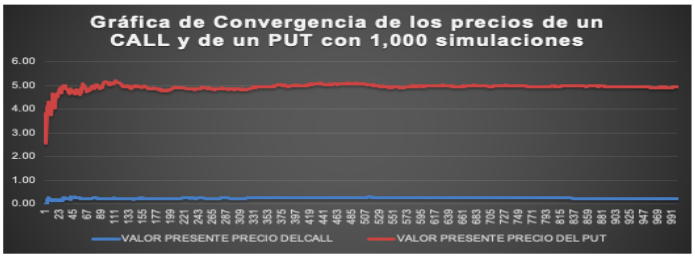


Nota. Creado por el autor en Microsoft Excel. Los valores de los parámetros que se observan en la imagen son meramente ilustrativos.

Figura V.2.5.

Gráfica de los precios simulados "call" y "put" de manera semanal con errores estándar en la hoja "CALCULOSSEM".

	PRECIOS SIMULADOS	ERRORES ESTÁNDAR
CALL	0.2278	0.0266
PUT	4.9401	0.1532

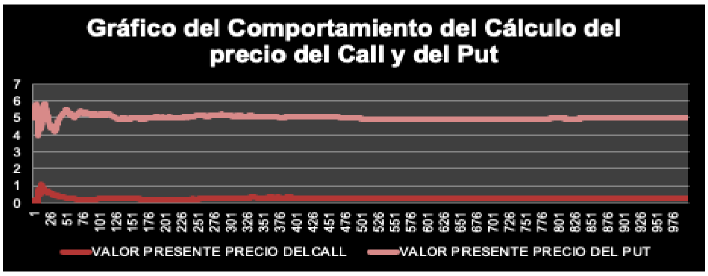


Nota. Creado por el autor en Microsoft Excel. Los valores de los parámetros que se observan en la imagen son meramente ilustrativos.

Figura V.2.6.

Gráfica de los precios simulados "call" y "put" de manera diaria con errores estándar en la hoja "CALCULOSDIA".

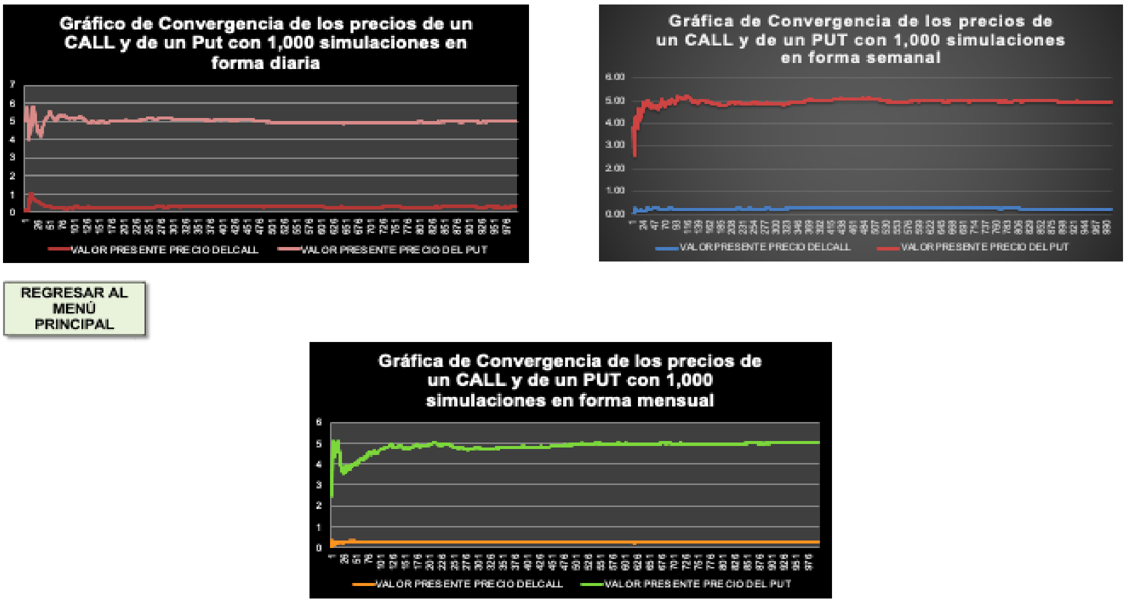
	PRECIOS SIMULADOS	ERRORES ESTÁNDAR
CALL	0.2942	0.0732
PUT	5.0130	0.1444



Nota. Creado por el autor en Microsoft Excel. Los valores de los parámetros que se observan en la imagen son meramente ilustrativos.

Figura V.2.7.

Tabla resumen y comparativa de precios "call" y "put" calculados de forma mensual, semanal y diaria obtenidos mediante árboles binomiales y Black-Scholes.



Nota. Creado por el autor en Microsoft Excel. Los valores de los parámetros que se observan en la imagen son meramente ilustrativos.

V.3. Los casos de Amazon, Tesla, Walmart y Cemex.

La crisis económica mundial provocada por la pandemia de Covid-19 y la guerra entre Rusia y Ucrania ha generado una alta volatilidad en los principales mercados financieros, así como una inflación creciente con valores no vistos en cerca de veinte años. Por ejemplo, en Reino Unido, las tasas de inflación se sitúan cerca del 10%, en Estados Unidos de Norteamérica, la inflación es cercana al 9%, y en México, la inflación alcanza el 8.7% (datos al 30 de septiembre de 2022, fuente: Banxico), lo que podría conducir a posibles recesiones tanto en el Reino Unido como en Estados Unidos de Norteamérica, como resultado del aumento en las tasas de interés para controlar la inflación.

Los anteriores son escenarios que crean oportunidades para poner en funcionamiento distintos modelos de pronóstico de datos económicos y financieros; por lo que, para la herramienta de simulación desarrollada en el presente trabajo, también representa una oportunidad para observar su funcionamiento.

Por lo anteriormente señalado, se optó por aplicar el modelo de simulación a cuatro emisoras, dos que cotizan en el mercado accionario en EUA y dos que cotizan en el mercado mexicano. Al momento de correr el modelo, se contaba con información hasta el día 30 de septiembre del año 2022, por lo que se decidió tomar como periodo de análisis del 3 de enero del año 2022 hasta el 30 de septiembre del mismo año 2022. El escenario como vencimiento, se tomó el día 31 del mes de enero del 2023.

Las emisoras analizadas son: Amazon (AMZN), Tesla (TSLA), Walmart (WMT.MX) y Cemex (CEMEXCPO.MX). Las empresas corresponden a distintos sectores de la economía; pero, la decisión de tomarlas está enfocada hacia la relevancia que han tenido durante la pandemia, por ejemplo, Amazon es una empresa que, durante la crisis sanitaria por el Covid-19, se convirtió en una de las empresas más solicitadas para la entrega de los artículos adquiridos vía internet, cuando las restricciones de movilidad eran muy estrictas; ¿seguirá siendo así?, ¿su valor se seguirá incrementando?

Tesla es una emisora que ha presentado un desarrollo importante, sobre todo en el aspecto tecnológico por los automóviles eléctricos y esto ha originado que el precio de su acción se eleve; pero más quizás, por las decisiones “polémicas” de su dueño Elon Musk, como lo fue la decisión de comprar a una de las empresas líder en la administración de redes sociales como lo es Twitter.

En México, (el mercado local), la empresa de Walmart es una cadena de tiendas de autoservicio que también se vio afectada por la crisis sanitaria. El flujo de clientes presentes en las tiendas disminuyó de fuertemente; pero sus ventas por las distintas plataformas, aumentó. Recientemente, se ha visto afectada por el conflicto bélico, al “romperse” las cadenas de suministro.

La empresa Cemex es la más importante cementara en el país y en el sector construcción su peso específico es muy grande. Por situaciones de la misma pandemia, el sector construcción ha sido uno de los más afectados por la crisis sanitaria y es un indicador importante el sector primario para el crecimiento del país, por lo que, con los escenarios adversos a nivel mundial, ¿cómo se podrá ver afectada su cotización en la BMV?

Para la aplicación del modelo de simulación, se requiere de la información de los cinco parámetros que ya se han mencionado en la metodología de árboles binomiales; a saber, precio de mercado, precio de ejercicio, tiempo de vida de la opción, tasa de interés libre de riesgo y volatilidad. Para el cálculo de la volatilidad, se construyó una base de datos con precios de cierre de cada una de las emisoras.

Los datos se obtuvieron de la página de Yahoo Finance abarcando un período del 03 de enero del 2022, hasta el 30 de septiembre del mismo año 2022. Se depuró la base de datos, eliminando las cotizaciones, si es que se tenían, de los días festivos y los sábados y domingos. Es claro que, el número de observaciones no es el mismo para las emisoras del mercado estadounidense que para el mercado local; ya que, los días festivos no coinciden necesariamente. La base de datos y el cálculo de la volatilidad se pueden consultar en el **Anexo C**. La **Tabla V.3.1,** muestra un resumen de los cálculos.

Tabla V.3.1.

Tabla resumen de volatilidades y precios de mercado últimos conocidos por emisora.

Emisora	Precio al 30/09/2022	Volatilidad
Amazon	$113.00	51.44%
Tesla	$265.25	65.48%
Cemex	$6.96	41.02%
Walmart	$2,646.00	30.95%

Nota. Los precios de Amazon y Tesla están en dólares estadounidenses y los precios de Cemex y Walmart, en pesos mexicanos. Creado por el autor con datos de Yahoo Finance, 2022, con información de:
Datos históricos de la emisora AMZ, https://finance.yahoo.com/quote/AMZN/history?p=AMZN,
Datos históricos de la emisora TSLA, https://finance.yahoo.com/quote/TSLA/history?p=TSLA/
Datos históricos de la emisora CX, https://finance.yahoo.com/quote/CX/history?p=CX
Datos históricos de la emisora WALMEX, https://finance.yahoo.com/quote/WALMEX.MX/history?p=WALMEX.MX. Ver Anexo C.

Por otro lado, se investigó el valor de la tasa de interés libre de riesgo de ambas economías, la estadounidense y la local, teniendo los resultados siguientes: tasa de la Reserva Federal de los EUA (FED por sus siglas en inglés), 3.25% anual al 30 de septiembre del 2022. Mientras que, la tasa de referencia para la economía local se ubicó en 9.25% anual, según Baco de México (Banxico), al 30 de septiembre del año 2022.

Para la determinación del tiempo de vida de la opción financiera y del precio de ejercicio, se hizo uso del comportamiento gráfico en su tendencia, de los precios de cada una de las cuatro emisoras estudiadas. Las gráficas se presentan a continuación.

Figura V.3.1.

Gráfica y tendencia de la emisora Amazon.

Nota. Creado por el autor con datos de Yahoo Finance, 2022, datos históricos de la emisora AMZ, https://finance.yahoo.com/quote/AMZN/history?p=AMZN,.

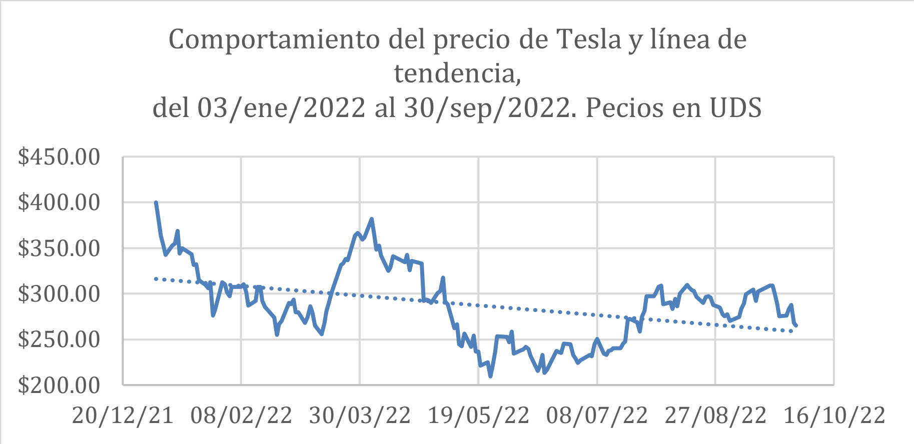
Se observa una marcada tendencia a la baja en la cotización del precio de Amazon; por lo que un inversionista que posea acciones de esta emisora debería de elaborar una estrategia de cobertura contra una pérdida si quisiera vender dentro de unos cuatro o cinco meses, o un inversionista que deseara comprar acciones de Amazon, debería cubrirse contra un incremento importante en el precio de la acción.

Es importante mencionar el valor de la volatilidad que presenta el precio de la acción, que se ubica en 51.44%, lo cual es reflejo de la situación a nivel mundial que se presenta por la crisis sanitaria y bélica. Lo anterior hace la estrategia de cobertura adquiera gran relevancia. En ambos casos, al adquirir una opción de venta y compra respectivamente, le daría la posibilidad de hacer frente a la alta volatilidad que presenta el precio de la acción. Otra ventaja de la adquisición de una opción financiera es que no se descapitalizaría; ya que sólo tendría que pagar la prima correspondiente y sólo hasta el vencimiento de la misma, haría el desembolso por la liquidación del contrato.

Algo similar ocurre con las otras tres emisoras, como puede observarse en los gráficos respectivos.

Figura V.3.2.

Gráfica y tendencia de la emisora Tesla.

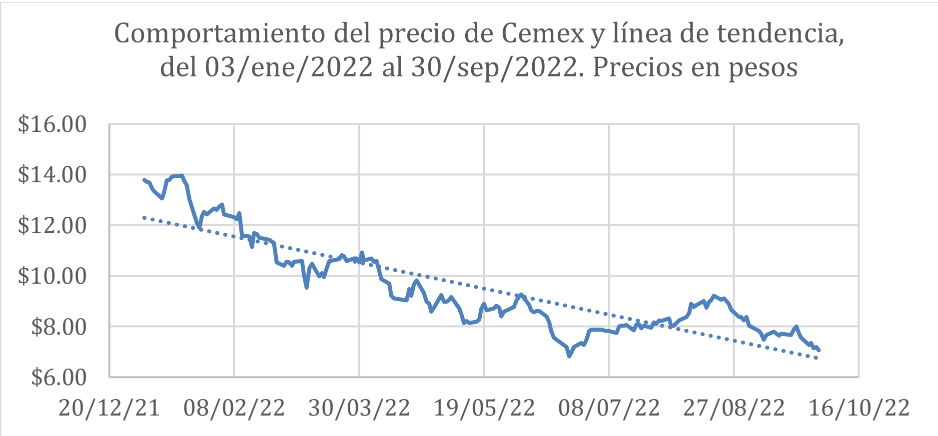


Nota. Creado por el autor con datos de Yahoo Finance, 2022, Datos históricos de la emisora TSLA, https://finance.yahoo.com/quote/TSLA/history?p=TSLA/

Este comportamiento es muy similar al mostrado por Amazon; pero, un dato que hay que resaltar es el valor muy elevado de su volatilidad, que se ubica en 65.48%, lo que puede deberse a las estrategias de compra que ha hecho su dueño, el multimillonario Elon Musk.

Figura V.3.3.

Gráfica y tendencia de la emisora Cemex.



Nota. Creado por el autor con datos de Yahoo Finance, 2022, Datos históricos de la emisora CX, https://finance.yahoo.com/quote/CX/history?p=CX

El comportamiento observado de Cemex, no se aleja de sus similares anteriores (Amazon y Tesla); sin embargo, el valor de su volatilidad es significativamente menor; ya que, se ubica en 41.02%

Figura V.3.4.

Gráfica y tendencia de la emisora Walmart.

Nota. Creado por el autor con datos de Yahoo Finance, 2022, Datos históricos de la emisora WALMEX, https://finance.yahoo.com/quote/WALMEX.MX/history?p=WALMEX.MX.

De las emisoras analizadas, el comportamiento del precio de Walmart muestra signos de una leve recuperación en su cotización y esto apoyado por el valor de su volatilidad, que se ubica en 30.95%, siendo el más bajo de las cuatro emisoras.

Con base en los datos anteriores, se precede a correr el modelo de simulación, con los siguientes datos para cada emisora:

Tabla V.3.2.

Tabla resumen de los parámetros a introducir en el modelo de simulación.

Parámetro	Amazon (AMZN)	Tesla (TSLA)	Cemex (CEMEXCPO.MX)	Walmart (WMT.MX)
Precio de Mercado (S)	$ 113.00	$ 265.25	$ 6.96	$ 2,646.00
Precio de Ejercicio (K)	$ 113.00	$ 265.25	$ 6.96	$ 2,646.00
Tasa de interés libre de riesgo (r)	3.25%	3.25%	9.25%	9.25%
Volatilidad (σ)	51.44%	65.48%	41.02%	30.95%
Tiempo de vida de la Opción (T)	4 meses	4 meses	4 meses	4 meses

Nota. Creado por el autor con datos de Yahoo Finance, 2022, con información de:
Datos históricos de la emisora AMZ, https://finance.yahoo.com/quote/AMZN/history?p=AMZN,
Datos históricos de la emisora TSLA, https://finance.yahoo.com/quote/TSLA/history?p=TSLA/
Datos históricos de la emisora CX, https://finance.yahoo.com/quote/CX/history?p=CX

Datos históricos de la emisora WALMEX, https://finance.yahoo.com/quote/WALMEX.MX/history?p=WALMEX.MX. Ver Anexo C.

Con la información dada en la Tabla V.3.2., se precedió a correr los distintos modelos de simulación, siguiendo el procedimiento descrito con anterioridad. Es importante hacer notar que, como precios de ejercicio, en los cuatro casos, se tomó el mismo valor de del precio de mercado. Esto quiere decir que, un inversionista querría comprar (o vender) la acción, en el mismo precio que se encuentra hoy; pero, dentro de 4 meses.

Primero, se precede a la captura de la información, oprimiendo el botón de “CAPTURA DE DATOS”, quedando como sigue:

Figura V.3.5.

Carátula de captura de los parámetros en el modelo de simulación, de la emisora Amazon.

CAPTURAR LOS 5 (CINCO) DATOS QUE SE REQUIEREN PARA LOS CÁLCULOS
UNA VEZ FINALIZADA LA CAPTURA, DAR "CLICK" EN "REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL"

DATOS DE LA EMISORA:	AMAZON	
PRECIO SPOT (S) =	$ 113.00	
PRECIO DE EJERCICIO (X) =	$ 113.00	
TASA DE INTERÉS LIBRE DE RIESGO (r) =	3.25%	TASA ANUAL
VOLATILIDAD ANUAL (s)=	51.44%	EN FORMA ANUAL
TIEMPO DE VIDA DE LA OPCIÓN EN MESES	4	EN MESES

REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL

Nota. Creado por el autor con datos de Yahoo Finance, 2022, con información de:
Datos históricos de la emisora AMZ, https://finance.yahoo.com/quote/AMZN/history?p=AMZN

Figura V.3.6.

Carátula de captura de los parámetros en el modelo de simulación, de la emisora Tesla.

CAPTURAR LOS 5 (CINCO) DATOS QUE SE REQUIEREN PARA LOS CÁLCULOS
UNA VEZ FINALIZADA LA CAPTURA, DAR "CLICK" EN "REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL"

DATOS DE LA EMISORA:	TESLA	
PRECIO SPOT (S) =	$ 265.25	
PRECIO DE EJERCICIO (X) =	$ 265.25	
TASA DE INTERÉS LIBRE DE RIESGO (r) =	3.25%	TASA ANUAL
VOLATILIDAD ANUAL (s)=	65.48%	EN FORMA ANUAL
TIEMPO DE VIDA DE LA OPCIÓN EN MESES	4	EN MESES

REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL

Nota. Creado por el autor con datos de Yahoo Finance, 2022, Datos históricos de la emisora TSLA, https://finance.yahoo.com/quote/TSLA/history?p=TSLA/

Figura V.3.7.

Carátula de captura de los parámetros en el modelo de simulación, de la emisora Cemex.

CAPTURAR LOS 5 (CINCO) DATOS QUE SE REQUIEREN PARA LOS CÁLCULOS
UNA VEZ FINALIZADA LA CAPTURA, DAR "CLICK" EN "REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL"

DATOS DE LA EMISORA:	CEMEX	
PRECIO SPOT (S) =	$ 6.96	
PRECIO DE EJERCICIO (X) =	$ 6.96	
TASA DE INTERÉS LIBRE DE RIESGO (r) =	9.25%	TASA ANUAL
VOLATILIDAD ANUAL (s)=	41.02%	EN FORMA ANUAL
TIEMPO DE VIDA DE LA OPCIÓN EN MESES	4	EN MESES

REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL

Nota. Creado por el autor con datos de Yahoo Finance, 2022, Datos históricos de la emisora CX, https://finance.yahoo.com/quote/CX/history?p=CX

Figura V.3.8.

Carátula de captura de los parámetros en el modelo de simulación, de la emisora Walmart.

CAPTURAR LOS 5 (CINCO) DATOS QUE SE REQUIEREN PARA LOS CÁLCULOS
UNA VEZ FINALIZADA LA CAPTURA, DAR "CLICK" EN "REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL"

DATOS DE LA EMISORA:	WALMART	
PRECIO SPOT (S) =	$ 2,646.00	
PRECIO DE EJERCICIO (X) =	$ 2,646.00	
TASA DE INTERÉS LIBRE DE RIESGO (r) =	9.25%	TASA ANUAL
VOLATILIDAD ANUAL (s)=	30.95%	EN FORMA ANUAL
TIEMPO DE VIDA DE LA OPCIÓN EN MESES	4	EN MESES

REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL

Nota. Creado por el autor con datos de Yahoo Finance, 2022, Datos históricos de la emisora WALMEX, https://finance.yahoo.com/quote/WALMEX.MX/history?p=WALMEX.MX

Una vez realizada la captura de los parámetros del modelo, se precedió a correr cada uno de los modelos de simulación correspondientes, obteniendo los resultados que se muestran a continuación.

Se inician los ejemplos con Amazon es una compañía con sede en Seattle, Estados Unidos, que se dedica al comercio electrónico y servicios en la nube. Su eslogan es "De la A a la Z" y se considera una de las primeras compañías en vender productos por internet. Además, Amazon es dueña de otras empresas como Alexa Internet, a9.com, Shopbop, Internet Movie Database (IMDb), MGM Holdings, Zappos.com, DPreview.com y Twitch. La compañía ha diversificado su oferta de productos, incluyendo DVD, CD de música, software, videojuegos, electrónica, ropa, muebles, comida y libros. Actualmente, Amazon es la marca de venta al por menor más valiosa en el mundo. Así, Amazon se encuentra en el sector de comercio electrónico, minorista y alojamiento web. Su fundador y actual CEO es Jeff Bezos.

Figura V.3.9.

Resultados de los cálculos de las 1000 simulaciones de los precios de la opción financiera, "call" y "put", de la emisora Amazon.

RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE LA EMISORA: AMAZON

ESTOS SON LOS RESULTADOS DE LAS TRES SIMULACIONES; MENSUAL, SEMANAL Y DIARIO
SE MUESTRAN, COMO REFERENCIA, LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE
BLACK & SCHOOLES.

TIPO DE SIMULACIÒN

	MENSUAL		SEMANAL		DIARIO		BLACK & SCHOOLES
PRECIO DEL CALL	$ 12.379179		$ 13.537371		$ 14.024187		$ 13.885040
PRECIO DEL PUT	$ 12.364124		$ 12.607995		$ 12.560707		$ 12.667480
ERROR ESTÁNDAR DEL PERECIO CALL	$ 0.064301		$ 0.060887		$ 0.041324		
ERROR ESTÁNDAR DEL PERECIO PUT	$ 0.024197		$ 0.016561		$ 0.026223		

SI QUIERES REALIZAR OTRA SIMULACIÓN O CAMBIAR DATOS, HAZ "CLICK" EN "REGRESAR EL MENÚ PRINCIPAL"

REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL

VER LAS GRÁFICAS

Nota. Creado por el autor.

Los resultados que se obtuvieron mediante la simulación mensual, semanal y diaria dicen, el costo de la prima por la adquisición de la opción financiera "call", se ubica desde los $12.3791 dólares mediante la simulación mensual, hasta unos $14.0241 dólares mediante la simulación diaria. Lo anterior quiere decir que, por tener el derecho (más no la obligación) a comprar la acción de la emisora Amazon a un precio de $113.00 dólares, dentro de cuatro meses, cuando el precio de mercado es de $113.00 dólares y con las condiciones de mercado establecidas en la **Figura V.3.5**, se tendría que pagar una prima que estaría entre los $12.3791 y los $14.0241 dólares.

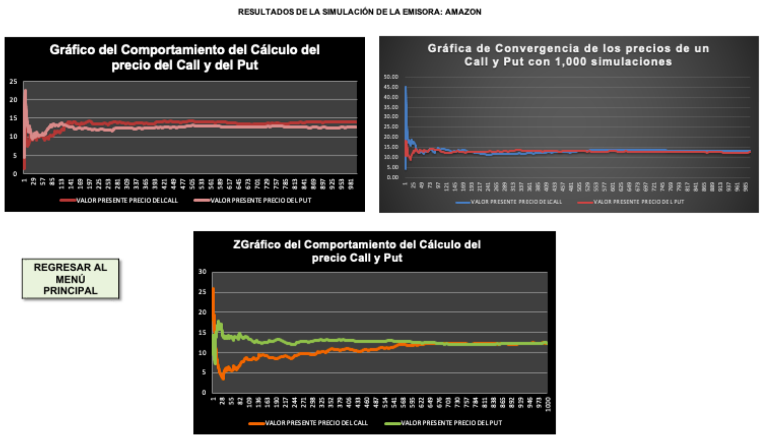
Dichas estimaciones, tienen una desviación estándar de $0.0643 dólares, para la simulación mensual y de $0.0413 dólares en la simulación diaria. Estos precios son unitarios; esto es, es el costo de la prima por la adquisición de una opción. De manera similar, se tiene que el costo de la prima de la opción financiera "put", se ubica desde los $12.3641 dólares en la simulación mensual, $12.6079 dólares para la simulación semanal, hasta los $12.5607 dólares para la simulación diaria.

Lo anterior quiere decir que, por tener el derecho (más no la obligación) a vender la acción de la emisora Amazon a un precio de $113.00 dólares, dentro de cuatro meses, cuando el precio de mercado es de $113.00 dólares y con las condiciones de mercado establecidas en la **Figura V.3.5**, se tendría que pagar una prima que estaría entre de los $12.36 dólares, pasando por los $12.56, hasta los $12.60 dólares. Dichas estimaciones, tienen una desviación estándar de $0.0241; $0.0165 y $0.0262 dólares, para la simulación mensual, semanal y diaria respectivamente.

La convergencia de las simulaciones se puede apreciar en las gráficas de la **Figura V.3.10.**

Figura V.3.10.

Resultados de los cálculos de las 1000 simulaciones de los precios de la opción financiera, "call" y "put", de la emisora Amazon.



Nota. Creado por el autor.

Sólo con fines comparativos, se tiene que los precios de las primas "call" y "put" que se obtuvieron mediante la fórmula de Black - Scholes, fue de $13.89 dólares para el "call" y de $12.67 dólares para el "put".

Posteriormente, se analizarán distintos escenarios para la emisora de Amazon.

Ahora se mostrarán los resultados obtenidos para la emisora de Tesla.

Tesla, Inc. es una empresa estadounidense con sede en Austin, Texas. Actualmente está liderada por Elon Musk. Esta empresa diseña, fabrica y vende automóviles eléctricos al igual que componentes para la propulsión de los mismos. También ha incursionado en la producción y venta de techos solares, instalaciones solares fotovoltaicas y baterías domésticas, por lo tanto, pertenece a las industrias de automoción, almacenamiento eléctrico y producción de energía. Los resultados se aprecian en la **Figura V.3.11.**

Figura V.3.11.

Resultados de los cálculos de las 1000 simulaciones de los precios de la opción financiera, "call" y "put", de la emisora Tesla.

RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE LA EMISORA: TESLA

ESTOS SON LOS RESULTADOS DE LAS TRES SIMULACIONES; MENSUAL, SEMANAL Y DIARIO SE MUESTRAN, COMO REFERENCIA, LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE BLACK & SCHOOLES.

TIPO DE SIMULACIÒN

	MENSUAL	SEMANAL	DIARIO	BLACK & SCHOOLES
PRECIO DEL CALL	$ 34.829605	$ 38.222754	$ 42.250160	$ 40.998784
PRECIO DEL PUT	$ 35.151732	$ 39.094397	$ 36.217390	$ 38.140752
ERROR ESTÁNDAR DEL PERECIO CALL	$ 0.117950	$ 0.112677	$ 0.164831	
ERROR ESTÁNDAR DEL PERECIO PUT	$ 0.073191	$ 0.121060	$ 0.046822	

SI QUIERES REALIZAR OTRA SIMULACIÓN O CAMBIAR DATOS, HAZ "CLICK" EN "REGRESAR EL MENÚ PRINCIPAL"

REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL

VER LAS GRÁFICAS

Nota. Creado por el autor.

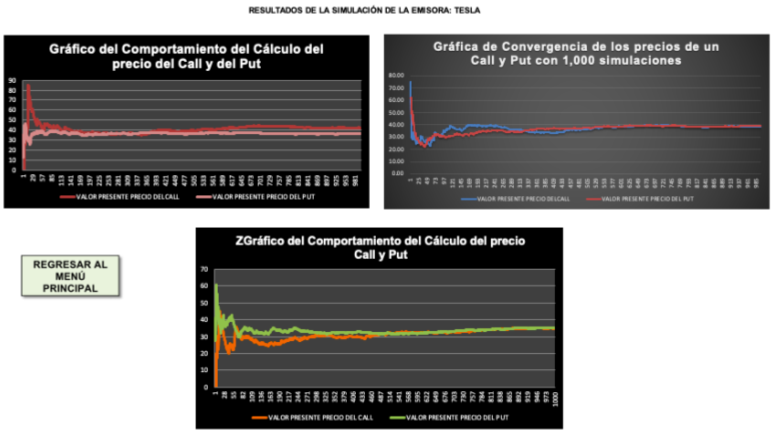
Los resultados que se obtuvieron mediante la simulación mensual, semanal y diaria dicen, el costo de la prima por la adquisición de la opción financiera "call", se ubica desde los $34.82 dólares mediante la simulación mensual, de $38.22 dólares para la simulación semanal, hasta los $42.25 dólares mediante la simulación diaria. Lo anterior quiere decir que, por tener el derecho (más no la obligación) de comprar la acción de la emisora Tesla a un precio de $265.25 dólares, dentro de cuatro meses, cuando el precio de mercado es de $265.25 dólares y con las condiciones de mercado establecidas en la **Figura V.3.6**, se tendría que pagar una prima que estaría entre los $34.82 y los $42.25 dólares. Dichas estimaciones, tienen una desviación estándar de $0.1179 dólares, para la simulación mensual y de $0.1648 dólares en la simulación diaria. Estos precios son unitarios; esto es, es el costo de la prima por la adquisición de una opción.

De manera similar, se tiene que el costo de la prima de la opción financiera "put", se ubica desde los $35.15 dólares en la simulación mensual, $39.09 dólares para la simulación semanal, hasta los $36.21 dólares para la simulación diaria. Lo anterior quiere decir que, por tener el derecho (más no la obligación) de vender la acción de la emisora Tesla a un precio de $265.25 dólares, dentro de cuatro meses, cuando el precio de mercado es de $265.25 dólares y con las condiciones de mercado establecidas en la **Figura V.3.6**, se tendría que pagar una prima que estaría entre de los $35.15 dólares, pasando por los $36.21 hasta los $39.09 dólares. Dichas estimaciones, tienen una desviación estándar de $0.0731; $0.1210 y $0.0468 dólares, para la simulación mensual, semanal y diaria respectivamente.

La convergencia de las simulaciones se puede apreciar en las gráficas de la **Figura V.3.12.**

Figura V.3.12.

Resultados de los cálculos de las 1000 simulaciones de los precios de la opción financiera, "call" y "put", de la emisora Tesla.



Nota. Creado por el autor.

Sólo con fines comparativos, se tiene que los precios de las primas "call" y "put" que se obtuvieron mediante la fórmula de Black - Scholes, fue de $41.00 dólares para el "call" y de $38.14 dólares para el "put".

Posteriormente, se analizarán distintos escenarios para la emisora de Cemex.

Ahora se mostrarán los resultados obtenidos para las emisoras nacionales. Iniciamos con CEMEX.

CEMEX, S.A.B. de C.V. es una empresa líder en la industria de la construcción, que ofrece sus servicios y productos en más de 50 países en todo el mundo. Según la lista Forbes Global 2000 del año 2021, CEMEX se clasificó como la 1178ª empresa cotizada más grande del mundo, con ventas anuales de casi 13 mil millones de dólares. CEMEX es el tercer mayor vendedor de cemento en el mundo, con una capacidad de producción anual de 92 millones de toneladas. Además, es el principal productor de concreto premezclado, con una capacidad de producción de alrededor de 92 millones de toneladas al año. La empresa atiende a los mercados de América, Europa, Asia, África y Oriente Medio. Fernando Ángel Gonzales Olivieri es el CEO de CEMEX desde el 15 de mayo de 2014.

Los resultados se aprecian en la **Figura V.3.13**.

Figura V.3.13.

Resultados de los cálculos de las 1000 simulaciones de los precios de la opción financiera, "call" y "put", de la emisora Cemex.

RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE LA EMISORA: CEMEX

ESTOS SON LOS RESULTADOS DE LAS TRES SIMULACIONES; MENSUAL, SEMANAL Y DIARIO
SE MUESTRAN, COMO REFERENCIA, LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE BLACK & SCHOOLES.

TIPO DE SIMULACIÒN

	MENSUAL	SEMANAL	DIARIO	BLACK & SCHOOLES
PRECIO DEL CALL	$ 0.750761	$ 0.726555	$ 0.694573	$ 0.757200
PRECIO DEL PUT	$ 0.535510	$ 0.539924	$ 0.530825	$ 0.545875
ERROR ESTÁNDAR DEL PERECIO CALL	$ 0.004456	$ 0.002950	$ 0.001951	
ERROR ESTÁNDAR DEL PERECIO PUT	$ 0.002098	$ 0.001614	$ 0.001119	

SI QUIERES REALIZAR OTRA SIMULACIÓN O CAMBIAR DATOS, HAZ "CLICK" EN "REGRESAR EL MENÚ PRINCIPAL"

REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL

VER LAS GRÁFICAS

Nota. Creado por el autor.

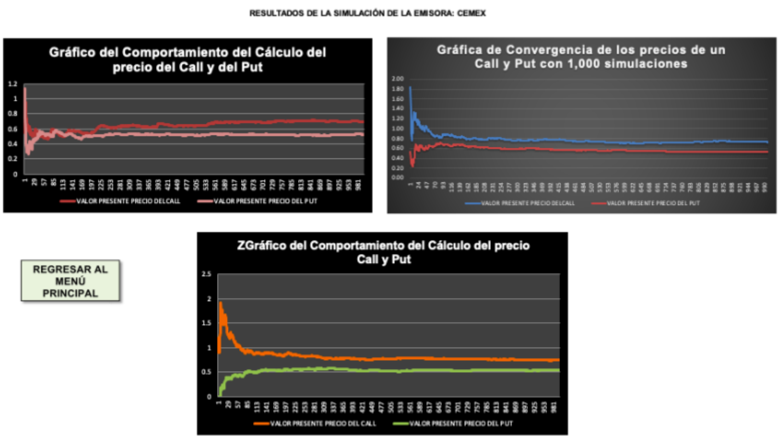
Los resultados que se obtuvieron mediante la simulación mensual, semanal y diaria dicen, el costo de la prima por la adquisición de la opción financiera "call", se ubica desde los $0.7507 pesos mediante la simulación mensual, de $0.7265 pesos para la simulación semanal, hasta los $0.6945 pesos mediante la simulación diaria. Lo anterior quiere decir que, por tener el derecho (más no la obligación) de comprar la acción de la emisora Cemex a un precio de $6.96 pesos, dentro de cuatro meses, cuando el precio de mercado es de $6.96 pesos y con las condiciones de mercado establecidas en la **Figura V.3.7**, se tendría que pagar una prima que estaría entre los $0.6945 y los $0.7507 pesos. Dichas estimaciones, tienen una desviación estándar de $0.0044 pesos, para la simulación mensual y de $0.0019 pesos en la simulación diaria. Estos precios son unitarios; esto es, es el costo de la prima por la adquisición de una opción.

De manera similar, se tiene que el costo de la prima de la opción financiera “put”, se ubica desde los $0.5355 pesos en la simulación mensual, $0.5399 pesos para la simulación semanal, hasta los $0.5308 pesos para la simulación diaria. Lo anterior quiere decir que, por tener el derecho (más no la obligación) de vender la acción de la emisora Cemex a un precio de $6.96 pesos, dentro de cuatro meses, cuando el precio de mercado es de $6.96 pesos y con las condiciones de mercado establecidas en la **Figura V.3.7**, se tendría que pagar una prima que estaría entre de los $0.5308 pesos, pasando por los $0.5355, hasta los $0.5399 pesos. Dichas estimaciones, tienen una desviación estándar de $0.0020; $0.0016 y $0.0011 pesos, para la simulación mensual, semanal y diaria respectivamente.

La convergencia de las simulaciones se puede apreciar en las gráficas de la **Figura V.3.14.**

Figura V.3.14.

Resultados de los cálculos de las 1000 simulaciones de los precios de la opción financiera, “call” y “put”, de la emisora Cemex.



Nota. Creado por el autor.

Sólo con fines comparativos, se tiene que los precios de las primas “call” y “put” que se obtuvieron mediante la fórmula de Black - Scholes, fue de $0.7572 pesos para el “call” y de $0.5459 pesos para el “put”.

Posteriormente, se analizarán distintos escenarios para la emisora de Cemex.

Finalmente se muestran los resultados obtenidos para las emisoras nacionales. Iniciamos con Walmart.

Walmart de México y Centroamérica es la cadena minorista que pertenece a Walmart Stores en México y Centroamérica, la cual fue fundada en el año 2000 y tiene su sede en la Ciudad de México. A finales de 2016, la red de esta cadena minorista incluía 2,291 establecimientos comerciales en México y 731 en cinco países de Centroamérica.

Además de Walmart, la cadena minorista también opera otros establecimientos comerciales como Superama (ahora conocida como Walmart Express), Sam's Club, Bodega Aurrera y, anteriormente, Suburbia, así como los restaurantes Vips y El Portón. Con más de 190 mil empleados al final de 2016, es el mayor empleador privado de México y la tercera compañía más importante, en términos de volumen de ventas, después de Pemex y América Móvil. Walmex pertenece al sector de comercio minorista. Su actual CEO es Guilherme Loureiro (2022).

Los resultados se aprecian en la **Figura V.3.15**.

Figura V.3.15.

Resultados de los cálculos de las 1000 simulaciones de los precios de la opción financiera, "call" y "put", de la emisora Walmart.

RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE LA EMISORA: WALMART

ESTOS SON LOS RESULTADOS DE LAS TRES SIMULACIONES; MENSUAL, SEMANAL Y DIARIO
SE MUESTRAN, COMO REFERENCIA, LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE
BLACK & SCHOOLES.

TIPO DE SIMULACIÒN

	MENSUAL		SEMANAL		DIARIO		BLACK & SCHOOLES
PRECIO DEL CALL	$ 230.219163		$ 246.413600		$ 243.023878		$ 228.432236
PRECIO DEL PUT	$ 126.979890		$ 147.110110		$ 147.533679		$ 148.092177
ERROR ESTÁNDAR DEL PERECIO CALL	$ 0.512849		$ 0.500362		$ 0.823979		
ERROR ESTÁNDAR DEL PERECIO PUT	$ 0.285951		$ 0.535172		$ 0.381763		

SI QUIERES REALIZAR OTRA SIMULACIÓN O CAMBIAR DATOS, HAZ "CLICK" EN "REGRESAR EL MENÚ PRINCIPAL"

REGRESAR AL MENÚ PRINCIPAL | VER LAS GRÁFICAS

Nota. Creado por el autor.

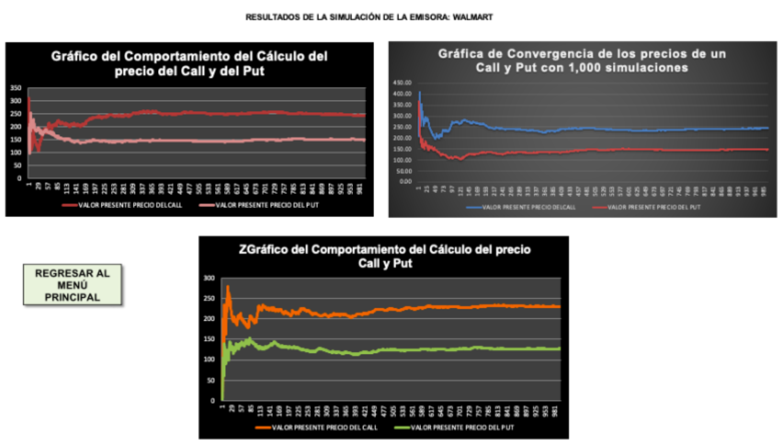
Los resultados que se obtuvieron mediante la simulación mensual, semanal y diaria dicen, el costo de la prima por la adquisición de la opción financiera "call", se ubica desde los $230.2191 pesos mediante la simulación mensual, de $246.4136 pesos para la simulación semanal, hasta los $243.0238 pesos mediante la simulación diaria. Lo anterior quiere decir que, por tener el derecho (más no la obligación) de comprar la acción de la emisora Walmart a un precio de $2,646.00 pesos, dentro de cuatro meses, cuando el precio de mercado es de $2.646.00 pesos y con las condiciones de mercado establecidas en la **Figura V.3.8**, se tendría que pagar una prima que estaría entre los $230.2191 y los $243.0238 pesos. Dichas estimaciones, tienen una desviación estándar de $0.5128 pesos, para la simulación mensual y de $0.5003 pesos en la simulación diaria. Estos precios son unitarios; esto es, es el costo de la prima por la adquisición de una opción.

De manera similar, se tiene que el costo de la prima de la opción financiera “put”, se ubica desde los $126.9798 pesos en la simulación mensual, $147.1101 pesos para la simulación semanal, hasta los $147.5336 pesos para la simulación diaria. Lo anterior quiere decir que, por tener el derecho (más no la obligación) de vender la acción de la emisora Walmart a un precio de $2,646.00 pesos, dentro de cuatro meses, cuando el precio de mercado es de $2,646.00 pesos y con las condiciones de mercado establecidas en la **Figura V.3.8**, se tendría que pagar una prima que estaría entre de los $126.9798 pesos, pasando por los $147.1101, hasta los $147.5336 pesos. Dichas estimaciones, tienen una desviación estándar de $0.2859; $0.5351 y $0.3817 pesos, para la simulación mensual, semanal y diaria respectivamente.

La convergencia de las simulaciones se puede apreciar en la gráfica mostrada en la **Figura V.3.16.**

Figura V.3.16.

Resultados de los cálculos de las 1000 simulaciones de los precios de la opción financiera, “call” y “put”, de la emisora Walmart.



Nota. Creado por el autor.

Sólo con fines comparativos, se tiene que los precios de las primas "call" y "put" que se obtuvieron mediante la fórmula de Black - Scholes, fue de $228.4322 pesos para el "call" y de $148.0922 pesos para el "put". Posteriormente, se analizarán distintos escenarios para la emisora de Walmart.

Ahora bien, se analizan diferentes escenarios para cada una de las emisoras estudiadas en el trabajo, considerando que se cambian dos parámetros; a saber, el precio de ejercicio (K) y luego la tasa de interés libre de riesgos. Lo anterior con el fin de ejemplificar el comportamiento del costo de la prima, es decir, cómo se ve afectada la prima de la opción financiera cuando se hacen cambios en el modelo. Se eligió estos dos parámetros por la situación de altas volatilidades que se vive en estos momentos a nivel mundial, por los hechos ya comentados con anterioridad, la pandemia por Covid-19, el conflicto bélico entre Rusia y Ucrania, la crisis económica por los altos niveles inflacionarios no vistos desde hace 20 años y los constantes incrementos en las tasas de interés en las principales economías mundiales para contralar la inflación y que se prevé que continúen hasta principios del año 2023.

La variación en el precio de ejercicio se tomó de aproximadamente un 10% y las tasas de interés para las economías de EUA y México se incrementaron en su valor para quedar en: 7.25% y de 11.00% respectivamente. Cabe mencionar que, para realizar el análisis de sensibilidad, es importante mantener los valores de los otros parámetros sin movimiento y sólo hacer variar uno. Lo anterior no quiere decir que no se pueda calcular un escenario con distintos valores de los parámetros; pero, no será posible identificar cuál es el que tiene mayor influencia en los cambios de los precios del "call" y del "put". Los resultados se presentan en la **Figura V.3.17.**

Figura V.3.17.

Comparativo de precios de las opciones financieras en distintos escenarios. Emisora Amazon.

Comparativo de precios "call" y "put" al cambiar el precio de ejercicio y la tasa de interés libre de riesgo. Emisora: AMAZON			
Parámetros	**Original**	**Escenario 1**	**Escenario 2**
Precio Spot (S)	$113.00	$113.00	$113.00
Precio de ejercicio (x)	$113.00	$120.00	$113.00
Tasa libre de riesgo (r)	3.25%	3.25%	7.25%
Volatilidad anual (s)	51.44%	51.44%	51.44%
Tiempo de vida de la opción en meses	4	5	4
Precio del "call"	$14.0242	$10.7910	$14.9951
Precio del "put"	$12.5607	$16.5669	$11.4108
Diferencias "call"		-$3.2332	$0.9709
Diferencias "put"		$4.0062	-$1.1499

Nota. Creado por el autor con datos de las simulaciones.

Como se observa, un incremento en el precio de ejercicio de $113.00 a $120.00 dólares, origina un decremento de $3.2332 dólares en el precio de la prima “call”; pero, un incremento de $4.0062 dólares en el precio de la prima “put”.

Lo que ocurre con un cambio en la tasa de interés libre de riesgos es diferente. Si la tasa de interés libre de riesgos se incrementa de 3.25% a un 7.25%, se observa que el costo de la prima “call”, se incrementa en $0.9709; mientras que, el precio de la prima “put”, se decrementa en $1.1499 dólares. Por lo anterior, se concluye que el precio de la prima, tanto del “call” como del “put”, es más sensible a cambio en el precio de ejercicio.

De manera similar, se tiene que los resultados para la emisora de Tesla se presentan en la **Figura V.3.18.**

Figura V.3.18.

Comparativo de precios de las opciones financieras en distintos escenarios. Emisora Tesla.

Comparativo de precios "call" y "put" al cambiar el precio de ejercicio y la tasa de interés libre de riesgo. Emisora: TESLA			
Parámetros	**Original**	**Escenario 1**	**Escenario 2**
Precio Spot (S)	$265.25	$265.25	$265.25
Precio de ejercicio (x)	$265.25	$285.00	$265.25
Tasa libre de riesgo (r)	3.25%	3.25%	7.25%
Volatilidad anual (s)	65.48%	65.48%	65.48%
Tiempo de vida de la opción en meses	4	4	4
Precio del "call"	$42.2501	$32.4500	$42.7791
Precio del "put"	$36.2173	$48.7442	$34.5073
Diferencias "call"		-$9.8001	$0.5290
Diferencias "put"		$12.5269	-$1.7100

Nota. Creado por el autor con datos de las simulaciones.

Como se observa ahora, un incremento en el precio de ejercicio de $265.25 a $285.00 dólares, origina un decremento de $9.8001 dólares en el precio de la prima “call”; pero, un incremento de $12.5269 dólares en el precio de la prima “put”.

Lo que ocurre con un cambio en la tasa de interés libre de riesgos es diferente. Si la tasa de interés libre de riesgos se incrementa de 3.25% a un 7.25%, se observa que el costo de la prima “call”, se incrementa en $0.5290; mientras que, el precio de la prima “put”, se decrementa en $1.7100 dólares. Por lo anterior, se concluye que el precio de la prima “call” es más sensible al cambio en la tasa de interés: pero, el precio de la prima “put”, es más sensible a cambios en el precio de ejercicio. Ahora bien. Para las empresas de la economía local, se tiene que los resultados para la emisora de Cemex se presentan en la **Figura V.3.19**.

Figura V.3.19.

Comparativo de precios de las opciones financieras en distintos escenarios. Emisora Cemex.

Comparativo de precios "call" y "put" al cambiar el precio de ejercicio y la tasa de interés libre de riesgo. Emisora: CEMEX			
Parámetros	**Original**	**Escenario 1**	**Escenario 2**
Precio Spot (S)	$6.96	$6.96	$6.96
Precio de ejercicio (x)	$6.96	$9.00	$6.96
Tasa libre de riesgo (r)	9.25%	9.25%	11.00%
Volatilidad anual (s)	41.02%	41.02%	41.02%
Tiempo de vida de la opción en meses	4	4	4
Precio del "call"	$0.6945	$0.1735	$0.8144
Precio del "put"	$0.5308	$1.8651	$0.4983
Diferencias "call"		-$0.5210	$0.1199
Diferencias "put"		$1.3343	-$0.0325

Nota. Creado por el autor con datos de las simulaciones.

Como se observa, un incremento en el precio de ejercicio de $6.96 a $9.00 pesos, origina un decremento de $0.5210 pesos en el precio de la prima “call”; pero, un incremento de $1.3343 pesos en el precio de la prima “put”.

Lo que ocurre con un cambio en la tasa de interés libre de riesgos es, al contrario. Si la tasa de interés libre de riesgos se incrementa de 9.25% a un 11.00%, se observa que el costo de la prima “call”, se incrementa en $0.11.99 pesos; mientras que, el precio de la prima “put”, se decrementa en $0.0325 pesos. Por lo anterior, se concluye que el precio de la prima, tanto del “call” como del “put”, es más sensible a cambio en el precio de ejercicio.

Por último, para la emisora de Walmart, los resultados son los presentados en la **Figura V.3.20.**

Figura V.3.20.

Comparativo de precios de las opciones financieras en distintos escenarios. Emisora Walmart.

Comparativo de precios "call" y "put" al cambiar el precio de ejercicio y la tasa de interés libre de riesgo. Emisora: WALMART			
Parámetros	**Original**	**Escenario 1**	**Escenario 2**
Precio Spot (S)	$2,646.00	$2,646.00	$2,646.00
Precio de ejercicio (x)	$2,646.00	$2,800.00	$2,646.00
Tasa libre de riesgo (r)	9.25%	9.25%	11.00%
Volatilidad anual (s)	30.95%	30.95%	30.95%
Tiempo de vida de la opción en meses	4	4	4
Precio del "call"	$243.0228	$177.3858	$218.6701
Precio del "put"	$147.5336	$234.5370	$142.5456
Diferencias "call"		-$65.6370	-$24.3527
Diferencias "put"		$87.0034	-$4.9880

Nota. Creado por el autor con datos de las simulaciones.

Como se observa, un incremento en el precio de ejercicio de $2,646.00 a $2,800.00 pesos, origina un decremento de $65.6370 pesos en el precio de la prima “call”; pero, un incremento de $87.0034 pesos en el precio de la prima “put”.

Lo que ocurre con un cambio en la tasa de interés libre de riesgos es un poco inesperado; ya que, si la tasa de interés libre de riesgos se incrementa de 9.25% a un 11.00%, se observa que el costo de la prima “call”, se decrementa en $24.3527 pesos; mientras que, el precio de la prima “put”, también se decrementa, pero en $4.9880 pesos.

Por lo anterior, se concluye que el precio de la prima, tanto del “call” como del “put”, es más sensible a cambio en el precio de ejercicio.

Este es un breve análisis de sensibilidad. Es claro que, con la herramienta desarrollada, el usuario puede realizar las simulaciones que desee y puede ir modificando los parámetros, de acuerdo a las perspectivas y pronósticos de diferentes indicadores financieros.

La versatilidad que permite el uso de la hoja electrónica de cálculo de Excel hace posible una interacción del usuario con casos de la vida real.

CAPÍTULO VI: DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.

Como ya se ha mencionado anteriormente en el **Capítulo II, Sección II.2**., las opciones son instrumentos financieros que se emplean como manera de protección de riesgos, en específico aquellos que representan cambios en los precios futuros de los bienes subyacentes. Así, las opciones pueden servir de las siguientes maneras:

- Uso de una opción como medio de protección.
- Uso de una opción para obtener rendimientos controlables.
- Uso de una opción con el propósito de invertir.

Así, recapitulando, se pueden elaborar una enorme cantidad de estrategias mediante diagramas de ganancias. Las que en este trabajo se mencionan son las más populares. Sin embargo, es de suma importancia hacer notar que los diagramas aquí presentados son válidos sólo si todas las posiciones de las estrategias se conservan hasta la fecha de vencimiento, es decir, estas gráficas sólo son útiles para las llamadas “opciones europeas” pero no para las “opciones americanas”. Así mismo, cabe resaltar que la ganancia o la pérdida mostrada en estos diagramas no consideran el valor del dinero invertido en el tiempo.

Luego, las estrategias de inversión y cobertura de riesgos con opciones pueden ser otro objeto de estudio: adicionalmente, al programa antes presentado, se puede elaborar uno que presente distintas posiciones.

Es claro que, viviendo en un mundo globalizado, las afectaciones por eventos económicos y financieros que ocurren a nivel mundial, y ahora hasta eventos de tipo sanitario, se presentan casi de manera inmediata en todas las economías.

La situación que se está viviendo en este año 2022, en donde se tiene una emergencia sanitaria por la pandemia de Covid-19, la guerra entre Rusia y Ucrania, la crisis económica y financiera originada por estos eventos y las posibles consecuencias a corto mediano y largo plazo que se puedan presentar, son un área de oportunidad para los estudiantes de especialidades y/o maestrías; porque, se pasa del discurso: “supongamos que se tiene una crisis similar a la ocurrida en el año 2008, de las hipotecas “subprime” al de: “ya que se está en una crisis económica y financiera; ¿cómo se puede cubrir una empresa contra posibles afectaciones adversas en sus finanzas?

Con el trabajo realizado, se pretendió cubrir un área de oportunidad importante, como lo es el análisis de posibles escenarios de eventos financieros, en particular, del uso de los instrumentos financieros derivados llamados “opciones financieras”, mediante la creación de una herramienta tecnológica, diseñada de una forma sencilla, en la hoja electrónica de cálculo de Excel, con el fin de que los empleados y alumnos que no cuenten con una preparación sólida en matemáticas avanzadas para comprender el funcionamiento de estos instrumentos, tengan un primer acercamiento a dichos instrumentos de una manera “amigable”, en donde puedan hacer uso de la herramienta diseñada para la realización, análisis y creación de escenarios bajo diferentes comportamientos de indicadores económicos y financieros.

El uso de la herramienta creada permite a los empleados y estudiantes, crear su propio conocimiento y bajo el conducto de una persona que los guíe en el uso de la misma, se sienta parte de su mismo aprendizaje. La simulación es una herramienta muy útil para que los estudiantes y empleados analicen distintos escenarios sin poner en riesgo el capital de las empresas.

Por otro lado, se buscó también, realizar un acercamiento a los estudiantes a los instrumentos financieros derivados, en particular las opciones financieras, con el fin de mostrar que no es necesario contar con un conocimiento avanzado en matemáticas, para comprender cómo funcionan las metodologías de cálculo de precios de la prima de opciones financieras, en particular, la de Árboles Binomiales y Black - Scholes.

En específico, el análisis se centró en la metodología de Árboles Binomiales, porque su aplicación en la vida real no dice a detalle ¿cómo elegir el nodo final del árbol para la determinación del precio de la prima de la opción financiera?

Es por ello por lo que, se recurrió a la herramienta de simulación, para poder hacer la ejemplificación de distintas “trayectorias” y mediante la repetición de las trayectorias simuladas, se pudiera determinar el costo de prima de la opción financiera. A diferencia de las variadas aplicaciones que se pueden encontrar en el mercado, el modelo desarrollado, fue hecho en un ambiente de uso general como lo es Office y en particular, Excel; ya que, las empresas en muchas ocasiones no permiten el uso de software libre y Office es de uso general en las mismas.

Por otro lado, en los cursos de productos derivados, cuando se enseñan las metodologías de cálculo de los precios de las primas de las opciones financieras, la de Black - Scholes y Árboles Binomiales, en particular sobre ésta última, no se menciona cómo se aplica en la práctica: por lo que, sólo queda en una situación anecdótica de que existe una posible alternativa de cálculo del precio de la opción financiera. El presente trabajo, es una alternativa de solución a la aplicación práctica de dicha metodología: en donde, además de ser sencilla en su elaboración y utilización, acerca al estudiante y o empleado, a su propio conocimiento para que comprenda el uso de este tipo de instrumentos financieros.

Además, se deja abierta la posibilidad de que, mediante la aplicación de la herramienta desarrollada, se puedan elaborar estrategias de cobertura complejas, como se explicaron en el **Capítulo III**. Se debe dejar claro que, el uso de los productos derivados y en especial de las opciones financieras, requiere de un amplio criterio y conocimiento de cómo operan; ya que, su uso inadecuado o mal planeado, ha llevado a grandes empresas a perder millones de pesos y dólares, por no observar las reglas de operación de los mismos, como se mencionó en el **Capítulo I.**

Se espera que el Mercado de Productos Derivados (MexDer), tenga el apoyo suficiente, por parte de las autoridades financieras mexicanas, para que los estudiantes y empleados, puedan contar con las capacidades y habilidades necesarias para desarrollarse en las áreas de riesgos en las empresas. A las Instituciones de Educación superior, les corresponde incluir en su currículo, los temas adecuados a las necesidades de las empresas, que ayuden en la obtención de tales capacidades y habilidades. La Universidad la Salle, con este trabajo, puede enriquecer los programas de estudio en las áreas de finanzas y en particular, de los productos derivados.

Referencias bibliográficas.

Ahmad Dar, A., y Anuradha, N. (2018). Comparison: Binomial model and Black Scholes model. *Quantitative Finance and Economics*, *2*(1), 230-245. https://doi.org/10.3934/qfe.2018.1.230

Arenas, E (31 de mayo de 2019). *Características de opciones americanas y europeas*. Rankia. https://www.rankia.mx/blog/como-comenzar-invertir-bolsa/4270703-caracteristicas-opciones-americanas-europeas

Cox, J. C. Rubenstein, R. (1985). *Option Markets.* Pearson Prentice Hall.

Fisanotti, L., (2014). *Antecedentes históricos de los mercados de futuros y opciones: cobertura y especulación*. Invenio, vol. 17, núm. 33, 2014, pp. 9-19 Universidad del Centro Educativo Latinoamericano Rosario, Argentina https://www.redalyc.org/pdf/877/87732404002.pdf

Gaarder Haug, E (2021). *The complete guide to option pricing formulas*. McGraw-Hill

García, S. M. L. (2009). *Evolución y análisis del mercado de derivados en México*. Scielo Argumentos (Méx.) vol.22 no.61 Ciudad de México http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0187-57952009000300012

Gay, Gerald. D., y Nam, Jouahn. (1998). *The Underinvestment Problem and Corporate Derivatives Use, Financial Management*, Vol. 27, núm. 4, pp. 53-69, http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=144202#

Géczy, C., Minton, B. A. y Schrand, C. (1997). *Why firms use currency derivatives?* The Journal of Finance, Vol. 52, núm. 4, pp. 1323- 1354, http://links.jstor.org/sici?sici=00221082%28199709%2952%3A4%3C1323%3AWFUCD%3E2.0.CO%3B2-I

Graham, C., y Talay, D (2015). *Stochastic Simulation and Monte Carlo Methods: Mathematical Foundations of Stochastic Simulation*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-39363-1

Hull, John C., 2012, *Options, Futures, and Other Derivatives*. Pearson Prentice Hall.

Iacus, S. M (2009). *Simulation and Inference for Stochastic Differential Equations: With R Examples.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-75839-8

Jin, Y. y Jorion, P. (2006). *Firm Value and Hedging: Evidence from U. S. Oil and Gas Producers*. The Journal of Finance, Vol. LXI, núm. 2, pp. 893-919 http://www.jsmith.cox.smu.edu/fina6224/Readings/Jin%20and%20Jorion.pdf

Kamil, H., Sutton, B., y Walker, C. (2009) *¿Cobertura o apuesta?*, Finanzas y Desarrollo, núm 378, en http://www.imf.org/external/pubs/ft/fandd/spa/2009/06/pdf/kamil.pdf

Kozikowski, Z. (2007). *Finanzas internacionales*. McGraw-Hill Interamerican.

Kovacevic, T.; Olstad, H. (2001). *Derivative Hedging and Value in the European Airline Industry*, Dinamarca, Copenhagen Business School.

Kwok, Y. K. (2008*). Mathematical Models of Financial Derivatives.* Springer Publishing.

López Abellán, J. (20 noviembre de 2019). *Opción americana*. Economipedia. https://economipedia.com/definiciones/opcion-americana.html

MexDer, Grupo BMV, y Asigna (2015). *Las treinta preguntas más frecuentes sobre opciones*. http://www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/MEX_Repositorio/_vtp/MEX/1ef6_publicaciones/_rid/21/_mto/3/Las_30_preguntas.pdf

Morales Castro, J. (2009). *Análisis de los instrumentos derivados financieros derivados en la Bolsa Mexicana de Valores: reducción de riesgos financieros de las empresas y especulación.* Revista Economía Informa, México, UNAM, Facultad de Economía, num. 361, http://www.economia.unam.mx/publicaciones/econinforma/pdfs/361/08joseantoniomorales.pdf

Opciones financieras (12 de agosto de 2022). *Opciones Financieras*. https://www.opcionesfinancieras.com

Poitras, G. (2009). *From Antwerp to Chicago: the history of exchange traded derivative securities contracts.* Revue d'Histoire des Sciences Humaines (n° 20), pages 11 à 50. https://www.cairn.info/revue-histoire-des-sciences-humaines-2009-1-page-11.htm

Ramírez Celada, A. (2001). Productos derivados- Mercado de futuros y opciones. Revista Mexicana de Agronegocios, Universidad Autónoma de la Laguna, vol. 8, 181-190, http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=14108511

Ramírez, Z., Vázquez, G. y Bello, A. (2008). *El casino de los derivados*, CNNExpansión, México, http://www.cnnexpansion.com/expansion/2008/11/12/doble-o-nada ,

Treviño Villarreal, M. (2011) *Tres décadas de escándalos financieros. Are Derivatives to Blame?,* Miguel Ángel Porrúa.

Ursone, P. (2015). *How to Calculate Options Prices and Their Greeks*. Wiley.

Vázquez Burguillo, R (31 de diciembre de 2015). *Tipos de opciones*. Economipedia. https://economipedia.com/definiciones/tipos-de-opciones.html

Velayos Morales, V. (6 de febrero de 2015). *Opciones financieras. Tipos y ejemplo.* Economipedia. https://economipedia.com/definiciones/opciones-financieras-tipos-y-ejemplo.html

Vélez Ibarrola, R. (2005). Introducción movimiento browniano. *revista100cias*, *8-5075*(2005), 81-88. http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/bibliuned:revista100cias-2005-numero8-5075/El_movimiento_browniano.pdf

Weber, E.J., (2008). *A Short History of Derivative Security Markets.* Economics Discussion / Working Papers 08-10, The University of Western Australia, Department of Economics. https://ideas.repec.org/p/uwa/wpaper/08-10.html

Yahoo Finance, (2022). Datos históricos de la emisora AMZN, Recuperado el 1 de octubre de 2022 de https://finance.yahoo.com/quote/AMZN/history?p=AMZN

Yahoo Finance, (2022). Datos históricos de la emisora TSLA, Recuperado el 1 de octubre de 2022 de https://finance.yahoo.com/quote/TSLA/history?p=TSLA/

Yahoo Finance, (2022). Datos históricos de la emisora CX, Recuperado el 1 de octubre de 2022 de https://finance.yahoo.com/quote/CX/history?p=CX

Yahoo Finance, (2022). Datos históricos de la emisora WALMEX, Recuperado el 1 de octubre de 2022 de https://finance.yahoo.com/quote/WALMEX.MX/history?p=WALMEX.MX

ANEXOS.

Anexo A. Procesos estocásticos.

En este anexo se abordarán los conceptos básicos de procesos estocásticos que se requerirán para la comprensión de las posteriores secciones. Así, consideremos el espacio de probabilidad (Ω, F, P), donde Ω es el espacio muestral que contiene a todos los posibles resultados de algún experimento aleatorio. F es una σ - álgebra de subconjuntos de Ω, cuyos elementos son denominados eventos o conjuntos medibles, y que cumple:

a) $\Omega \in F$.
b) Si $A \in F$ entonces $A^c \in F$.
c) Si $\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2, \dots , \in F$ entonces, $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in F$.

P_1 es una medida de probabilidad definida en Ftal que $P: F \to [0,1]$ satisface:

a) $P(\Omega) = 1$.
b) $P(A) \geq 0$ para cualquier $A \in F$.
c) Si $\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2, \dots , \in F$ tal que si $A_m \cap A_n = 0$ entonces $P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$.

Un proceso estocástico $\{X_t : t \in T\}$ es una colección de variables aleatorias definidas en un espacio de probabilidad con parámetros en un conjunto de índices t, donde las variables toman valores en un conjunto S llamado espacio de estados. El espacio parametral T comúnmente puede tomarse como el conjunto continuo $T = [0, \infty)$. Se dice entonces que el proceso es a tiempo continuo y se denota por $\{X_t : t \geq 0\}$.

Así, resumiendo se puede decir que un proceso estocástico describe la evolución temporal de una variable aleatoria. Se tienen distintos tipos de procesos estocásticos:

a) Proceso estocástico de tiempo discreto: es aquel en el que la variable puede cambiar de valor únicamente en instantes concretos del tiempo.
b) Proceso estocástico de tiempo continuo: es aquel en el que la variable puede cambiar de valor en cualquier instante del tiempo.
c) Proceso estocástico de variable discreta: es aquel en el que la variable solo puede tomar determinados valores discretos.

d) Proceso estocástico de variable continua: es aquel en el que la variable puede tomar cualquier valor de la recta real.

Ahora bien, se sabe que el comportamiento de una variable aleatoria se describe mediante una adecuada distribución de probabilidad. En un proceso estocástico el comportamiento de la variable aleatoria considerada varía en el tiempo. Por lo tanto, la distribución de probabilidad utilizada para describirla también variará en el tiempo. Cuando se modela un fenómeno real, resulta difícil establecer directamente cuál va ser la distribución de probabilidad adecuada, al igual que el determinar cómo van a variar sus parámetros en el tiempo. Por ello es frecuente que los procesos estocásticos vengan dados mediante ecuaciones donde se relaciona el valor de la variable aleatoria X_t en el instante t con su valor en el instante anterior X_{t-1}.

Luego, para que una ecuación en diferencias sea estocástica es necesario que en su expresión intervenga una variable aleatoria estándar ξ_t. Así, el valor de X_t no se deduce de manera determinista a partir del valor de X_{t-1}, sino que también dependerá del valor de la variable aleatoria ξ_t.

Un tipo de proceso estocástico muy particular es el llamado proceso de Markov, en este, únicamente el estado actual del proceso es relevante a la hora de predecir el estado futuro. Esto es, la historia pasada del proceso y la forma en que el presente ha surgido del pasado son irrelevantes. El valor esperado de una variable aleatoria X_t en el instante t depende únicamente del valor previo X_{t-1}. Es decir, si se tiene información de X_r , donde $r < t$, entonces para calcular X_t , la única información necesaria es X_r.

Se supone habitualmente que los precios de las acciones siguen un proceso de Markov. Esta propiedad de Markov de los precios de las acciones se corresponde con la denominada "eficiencia débil del mercado". Dicha eficiencia débil establece que el precio actual de la acción encierra toda la información contenida en el registro de los precios del pasado.

Además, otro tipo de proceso estocástico relevante para el presente trabajo es el llamado movimiento browniano. En 1827, Robert Brown, un botánico inglés que estaba investigando una suspensión de partículas microscópicas de polen en una solución acuosa, observó que tales partículas, en vez de permanecer estáticas, están permanentemente sometidas a un movimiento errático y zigzagueante. Brown extendió sus observaciones a numerosas especies de plantas y tejidos animales, tanto vivos como muertos, así como a varios productos de cuerpos orgánicos y sustancias minerales y todos manifestaron movimientos similares a aquellos ya descritos.

El fenómeno fue investigado por el mismo Brown y diversos científicos a lo largo del siglo XIX. Los experimentos mostraron que un aumento de la temperatura de la solución hace que el movimiento se haga más rápido y de manera contraria, el aumento de la viscosidad del fluido ralentiza el movimiento y la trayectoria de las partículas se aleja menos, al mismo tiempo, de su posición inicial. En 1900, el matemático francés Louis Bachelier utilizó el movimiento browniano en un modelo para la variación de precios de bienes y rendimientos de acciones (Vélez, 2005).

Las ecuaciones que Bachelier obtuvo de este modelo corresponden a las del fenómeno físico que conocemos como movimiento Browniano a pesar de que no había una teoría matemática formalizada de este. Sin embargo, a Bachelier se le acredita ser el primero en usar el movimiento browniano en finanzas, siendo precursor de las finanzas cuantitativas modernas. Fue hasta 1926 cuando Albert Einstein realizó una publicación en la cual propuso una teoría sobre el movimiento browniano. En esta, muestra que el movimiento observable de los cuerpos suspendidos en una solución vistos a través de un microscopio se debe al comportamiento molecular del calor, provocando que las moléculas choquen unas con otras, generando dicho movimiento.

La teoría matemática del movimiento browniano como un proceso estocástico fue formalizada por Norbert Wiener en una publicación póstuma en 1966, en donde relaciona al fenómeno físico con la teoría, definiendo las condiciones y propiedades de las trayectorias de partículas, aportando una herramienta con numerosas aplicaciones en distintas ciencias. Debido a lo antes mencionado, el movimiento browniano también es conocido como proceso de Wiener (Vélez, 2005).

Así, un proceso de Wiener es un tipo especial de proceso estocástico de Markov. Una variable X_t se dice que sigue un proceso de Wiener si cumple la ecuación:

$$X_t = X_{t-1} + \xi_t \sqrt{\Delta t}$$

Donde: X_0 es conocido, $t = t - 1 + \Delta t$, ξ_t sigue una distribución de probabilidad $N(0,1)$ y ξ_t es independiente de ξ_s para todo $t \neq s$.

Una caminata aleatoria es una formalización matemática de la trayectoria que resulta de hacer sucesivos pasos aleatorios. Por ejemplo, la ruta trazada por una molécula mientras viaja por un líquido o un gas o el precio de una acción fluctuante El término “caminata aleatoria” fue acuñado por Karl Pearson en 1905. Generalizando, las caminatas aleatorias son cualquier proceso aleatorio donde la posición de una partícula en cierto instante depende solo de su posición en algún instante previo y alguna variable aleatoria que determina su subsecuente dirección y la longitud de paso.

Los caminos aleatorios también varían con respecto al tiempo. Dígase que $X(t)$ define una trayectoria que empieza en $X(0) = X_0$, entonces una caminata aleatoria se define de la manera siguiente: $X(t + \tau) = X(t) + \Phi(\tau)$ donde Φ es la variable aleatoria que describe la ley de probabilidad para tomar el siguiente paso y τ es el intervalo de tiempo entre pasos subsecuentes.

De manera general, un movimiento aleatorio con trayectorias continuas y desplazamientos independientes en intervalos de tiempo ajenos puede ser descrito mediante la estructura matemática de un proceso estocástico a tiempo continuo $\{B_t: t \geq 0\}$ donde la variable B_t representa la posición de la partícula al tiempo t. Así, un movimiento browniano o proceso de Weiner (en un espacio de probabilidad (Ω, F, P)) unidimensional de parámetro σ^2 es un proceso estocástico $\{B_t: t \geq 0\}$ con valores en R tal que:

a) $P(B_0 = 0) = 1$
b) La variable incremento $B_t - B_s$ para cualquier $0 < s \leq t$, tiene distribución $N(0, \sigma^2 (t-s))$, es decir, $P(a \leq B_t - B_s \leq b) = \int_a^b e^{\frac{-x^2}{2\sigma\sqrt{(t-s)}}} dx$ con $a, b \in R$.
c) El proceso tiene incrementos independientes, es decir, para cualesquiera $0 \leq t_1 < t_2 < \cdots < t_n$ los incrementos $B_{t_n} - B_{t_{n-1}}, B_{t_{n-1}} - B_{t_{n-2}}, \ldots, B_{t_2} - B_{t_1}, B_{t_1}$ son variables aleatorias independientes.
d) Las trayectorias $t \to B_t$ son continuas.

Ahora bien, se tienen dos tipos de movimientos brownianos:

1. Movimiento browniano aritmético.

2. Movimiento browniano geométrico.

El movimiento browniano aritmético (MBA) es un proceso estocástico que se define en términos de un proceso de Wiener: $X_t - X_{t-1} = \Delta x = \mu\Delta t + \sigma\Delta z$. Donde tanto μ como σ son constantes y $\Delta z = \xi_t\sqrt{\Delta t}$ es un proceso de Weiner. μ representa la tasa de cambio esperada de la variable x por unidad de tiempo, ya que si se elimina $\sigma\Delta z$ se obtiene $X_t = X_{t-1} + \mu\Delta t$.

El movimiento browniano geométrico (MBG) es un proceso estocástico dado por: $X_t - X_{t-1} = \Delta x = \mu x_{t-1}\Delta t + \sigma x_{t-1}\Delta z$. Donde tanto μ como σ son constantes y $\Delta z = \xi_t\sqrt{\Delta t}$ es un proceso de Weiner. Es importante notar que: $\frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}} = \mu\Delta t + \sigma\Delta z$. Esto es: el cociente del incremento de la variable dividido entre el valor anterior de la variable se comporta como un MBA. Este hecho generalmente se utiliza para analizar la rentabilidad de una acción cuando x representa el precio de dicha acción.

Así, resumiendo, los movimientos brownianos se basan en la definición del proceso de Wiener. Las trayectorias del proceso de Wiener son continuas, pero no derivables. Por lo tanto, el cambio de un proceso estocástico de tiempo discreto a otro de tiempo continuo no es inmediato, para ello se requiere de la construcción de una nueva herramienta matemática conocida como integral estocástica. En general, es posible definir procesos estocásticos cuyos incrementos dependen de un proceso de Wiener.

Así, un proceso de Itô o proceso de difusión es un proceso de Wiener generalizado en el que los parámetros μ y σ son funciones de la variable y del tiempo:

$$X_t - X_{t-1} = f(x_t, t)\Delta t + g(x_t, t)\Delta z$$

Luego, si en la ecuación anterior se hace $\Delta t \rightarrow 0$, entonces en tiempo continuo, la expresión queda de la siguiente manera:

$$X_t - X_{t-1} = f(x_t, t)dt + g(x_t, t)dz$$

La variable estocástica X_t está definida si en la siguiente ecuación se cumple que:

- Las integrales tienen sentido.
- Las integrales son calculables.

$$X_t = X_0 + \int_0^t f(x_t, t)ds + \int_0^t g(x_t, t)ds\, dz$$

La primera integral es de Rieman pero la segunda no lo es ya que dz no existe y aunque z es continúa, no es de variación acotada así que tampoco es integral de Rieman-Stieltjes. Es por ello que es preciso definir una nueva integral: la integral estocástica. El concepto central es la integral estocástica de Itô que es una generalización estocástica de la integral de Riemann - Stieltjes en análisis. Los integrandos y los integradores son ahora procesos estocásticos.

A continuación se enunciará el lema de Itô que es una versión de la regla de la cadena o la fórmula del cambio de variables que aplica para la integral de Itô, además de ser uno de los teoremas más usados en cálculo estocástico. Sea X_t un proceso de difusión cuya dinámica es $dX_t = f(x_t, t)dt + g(x_t, t)dz$.

Ahora, supóngase que $y_t = F(x_t, t)$ es función del proceso anterior, siendo $F(x_t, t)$ una función de clase $C^2(\Re\, x\, \Re^2)$, entonces y_t es un proceso de difusión cuya diferencial estocástica está dada por:

$$y_t = \left(\frac{\partial F}{\partial t} + f(x_t, t)dt\frac{\partial F}{\partial x_t} + \frac{1}{2}g(x_t, t)\frac{\partial^2 F}{\partial {x^2}_t}\right)dt + \left(g(x_t, t)\frac{\partial F}{\partial x_t}\right)dz$$

Anexo B. Código de Visual Basic.

A continuación, se presenta el código de Visual Basic (VB) para programar las macros del cálculo de los precios de las opciones en Excel.

```
Sub CALPRECIO()
'
' ESTA MACRO CALCULA EL PRECIO TOMANDO COMO PERIODO DE
' ANÁLISIS, UN MES
' MACRO HECHA POR: LILIA ARACELI DEL CARMEN GUINEA DOMÍNGUEZ
'
msj = "ESTA MACRO REALIZA 1000 SIMULACIONES DEL CÁLCULO DEL
PRECIO DE UNA OPCIÓN FINANCIERA , ¿CONTINUAMOS?"
estilo = vbOKOnly
titulo = "PERÍODO DE ANÁLISIS UN MES"
respuesta = MsgBox(msj, estilo, titulo)
msj = "ME PUEDO TARDAR UN POCO, ¿DE ACUERDO?"
   estilo = vbOKOnly
   titulo = "TRABAJANDO"
   respuesta = MsgBox(msj, estilo, titulo)
Dim simula
   simula = 0
   Sheets("CALCULOS").Select
   Do While simula < 1000
   Application.ScreenUpdating = False
   Application.CutCopyMode = False
   Calculate
   Range("PRECIO_CALL").Select
   Selection.Copy
   Range("Z2").Select
   ActiveCell.Offset(1 + simula, 0).Select
   Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
      SkipBlanks:=False, Transpose:=False
      simula = simula + 1
   Loop
Dim simula1
```

```
simula1 = 0
Sheets("CALCULOS").Select
Do While simula1 < 1000
Application.CutCopyMode = False
Calculate
Range("PRECIO_PUT").Select
Selection.Copy
Range("AA2").Select
ActiveCell.Offset(1 + simula1, 0).Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
    SkipBlanks:=False, Transpose:=False
    simula1 = simula1 + 1
Loop
Application.ScreenUpdating = True
msj = "REGRESAR AL MENÙ PRINCIPAL"
estilo = vbOKOnly
titulo = "PROCESO TERMINADO !!!!"
respuesta = MsgBox(msj, estilo, titulo)
Sheets("MENU").Select
End Sub

Sub CALPRECIO1()
'
' ESTA MACRO CALCULA EL PRECIO TOMANDO COMO PERIODO DE
' ANÁLISIS, UNA SEMANA
' MACRO HECHA POR: LILIA ARACELI DEL CARMEN GUINEA DOMÍNGUEZ
'
msj = "ESTA MACRO REALIZA 1000 SIMULACIONES DEL CÁLCULO DEL
PRECIO DE UNA OPCIÓN FINANCIERA, ¿CONTINUAMOS?"
estilo = vbOKOnly
titulo = "PERÍODO DE ANÁLISIS 1 SEMANA"
respuesta = MsgBox(msj, estilo, titulo)
msj = "ME PUEDO TARDAR UN POCO, ¿DE ACUERDO?"
estilo = vbOKOnly
titulo = "TRABAJANDO"
respuesta = MsgBox(msj, estilo, titulo)
Dim simula
```

```
    simula = 0
    Sheets("CALCULOSSEM").Select
    Do While simula < 1000
    Application.ScreenUpdating = False
    Application.CutCopyMode = False
    Calculate
    Range("PRECIO_CALL").Select
    Selection.Copy
    Range("Z2").Select
    ActiveCell.Offset(1 + simula, 0).Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
        SkipBlanks:=False, Transpose:=False
        simula = simula + 1
    Loop
Dim simula1
    simula1 = 0
    Sheets("CALCULOSSEM").Select
    Do While simula1 < 1000
    Application.CutCopyMode = False
    Calculate
    Range("PRECIO_PUT").Select
    Selection.Copy
    Range("AA2").Select
    ActiveCell.Offset(1 + simula1, 0).Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
        SkipBlanks:=False, Transpose:=False
        simula1 = simula1 + 1
    Loop
Application.ScreenUpdating = True
msj = "REGRESAR AL MENÙ PRINCIPAL"
    estilo = vbOKOnly
    titulo = "PROCESO TERMINADO !!!!"
    respuesta = MsgBox(msj, estilo, titulo)
    Sheets("MENU").Select
End Sub

Sub CALPRECIO2()
```

```
'
' ESTA MACRO CALCULA EL PRECIO TOMANDO COMO PERIODO DE
' ANÁLISIS UN DÍA
' MACRO HECHA POR: LILIA ARACELI DEL CARMEN GUINEA DOMÍNGUEZ
'
'
msj = "ESTA MACRO REALIZA 1000 SIMULACIONES DEL CÁLCULO DEL PRECIO DE UNA OPCIÓN FINANCIERA, ¿CONTINUAMOS?"
estilo = vbOKOnly
titulo = "PERÍODO DE ANÁLISIS 1 DÍA"
respuesta = MsgBox(msj, estilo, titulo)
msj = "ME PUEDO TARDAR UN POCO, ¿DE ACUERDO?"
  estilo = vbOKOnly
  titulo = "TRABAJANDO"
  respuesta = MsgBox(msj, estilo, titulo)
Dim simula
  simula = 0
  Sheets("CALCULOSDIA").Select
  Do While simula < 1000
  Application.ScreenUpdating = False
  Application.CutCopyMode = False
  Calculate
  Range("PRECIO_CALL").Select
  Selection.Copy
  Range("Z2").Select
  ActiveCell.Offset(1 + simula, 0).Select
  Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
    SkipBlanks:=False, Transpose:=False
    simula = simula + 1
  Loop
Dim simula1
  simula1 = 0
  Sheets("CALCULOSDIA").Select
  Do While simula1 < 1000
  Application.CutCopyMode = False
  Calculate
  Range("PRECIO_PUT").Select
```

```
    Selection.Copy
    Range("AA2").Select
    ActiveCell.Offset(1 + simula1, 0).Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
        SkipBlanks:=False, Transpose:=False
        simula1 = simula1 + 1
    Loop
Application.ScreenUpdating = True
msj = "REGRESAR AL MENÙ PRINCIPAL"
    estilo = vbOKOnly
    titulo = "PROCESO TERMINADO !!!!"
    respuesta = MsgBox(msj, estilo, titulo)
    Sheets("MENU").Select
End Sub
Sub CAPTURA()
Sheets("CAPTURA").Select
End Sub
Sub MENU()
Sheets("MENU").Select
End Sub
Sub RESULTADO()
Sheets("RESULTADOS").Select
End Sub
Sub GRAFICA()
Sheets("GRAFICAS").Select
End Sub
```

Anexo C. Cálculo de las volatilidades de las emisoras.

Figura C.1.

Cálculo de la volatilidad de TSLA, AMZN, WALMEX y CX.

	Precios					Rendimientos			
FECHA	TSLA	AMZN	FECHA	WMT.MX	CEMEXCPO.MX	TSLA	AMZN	WMT.MX	CEMEXCPO.MX
03/01/22	399.9267	170.4045	03/01/22	2,962.00	13.78				
04/01/22	383.1967	167.5220	04/01/22	2,925.00	13.70	-0.042732878	-0.017060289	-0.012570235	-0.005822433
05/01/22	362.7067	164.3570	05/01/22	2,974.00	13.69	-0.054953895	-0.019073843	0.016613367	-0.000730194
06/01/22	354.9000	163.2540	06/01/22	2,959.99	13.46	-0.021758379	-0.006733603	-0.004721961	-0.016943315
07/01/22	342.3200	162.5540	07/01/22	2,948.00	13.35	-0.03609005	-0.004296997	-0.004058912	-0.008205939
10/01/22	352.7067	161.4860	10/01/22	2,941.00	13.06	0.029890742	-0.006591858	-0.002377315	-0.021962261
11/01/22	354.8000	165.3620	11/01/22	2,940.00	13.28	0.005917482	0.023718608	-0.000340078	0.01670502
12/01/22	368.7400	165.2070	12/01/22	2,912.00	13.75	0.038537545	-0.000937771	-0.009569451	0.03477968
13/01/22	343.8533	161.2140	13/01/22	2,960.00	13.80	-0.069876553	-0.024466533	0.016349138	0.003629768
14/01/22	349.8700	162.1380	14/01/22	2,939.99	13.92	0.017346434	0.005715119	-0.006783092	0.008658063
18/01/22	343.5033	158.9175	17/01/22	2,975.00	13.96	-0.018364848	-0.02006265	0.011837862	0.002869442
19/01/22	331.8833	156.2990	18/01/22	2,904.00	13.75	-0.0344133	-0.016614361	-0.024154942	-0.015157273
20/01/22	332.0900	151.6675	19/01/22	2,955.00	13.59	0.00062251	-0.030080215	0.017409554	-0.011704596
21/01/22	314.6333	142.6430	20/01/22	2,904.39	13.04	-0.053998072	-0.061345558	-0.017275302	-0.041312672
18/03/22	301.7967	161.2505	16/03/22	3,033.99	10.58	0.038035197	0.025192153	0.009920519	0.026821531
22/03/22	331.3267	164.8890	17/03/22	2,968.00	10.65	0.093351294	0.022313488	-0.021990256	0.006594466
23/03/22	333.0367	163.4080	18/03/22	2,956.88	10.81	0.005147863	-0.009022397	-0.003753706	0.014911739
24/03/22	337.9733	163.6495	22/03/22	2,905.01	10.76	0.014714341	0.001476811	-0.017697783	-0.004636077
25/03/22	336.8800	164.7735	23/03/22	2,870.00	10.58	-0.003240182	0.006844815	-0.012124806	-0.016870128
28/03/22	363.9467	168.9905	24/03/22	2,877.00	10.69	0.077280506	0.025270667	0.002436055	0.010343299
29/03/22	366.5233	169.3150	25/03/22	2,853.50	10.69	0.007054914	0.001918432	-0.008201774	0
19/07/22	245.5300	118.2100	12/07/22	2,615.00	8.08	0.020505048	0.038371712	0.005871913	0.028878341
22/09/22	288.5900	117.3100	13/09/22	2,730.00	7.72	-0.04143857	-0.010430478	-0.000369899	-0.035627178
23/09/22	275.3300	113.7800	14/09/22	2,688.00	7.56	-0.047036651	-0.030553236	-0.015504187	-0.020943174
26/09/22	276.0100	115.1500	15/09/22	2,677.00	7.26	0.002466802	0.011968893	-0.004100658	-0.040491361
27/09/22	282.9400	114.4100	19/09/22	2,659.15	7.36	0.024797735	-0.006447121	-0.006690279	0.013680104
28/09/22	287.8100	118.0100	20/09/22	2,672.00	7.13	0.017065665	0.030980861	0.00482077	-0.031748698
29/09/22	268.2100	114.8000	21/09/22	2,733.61	7.19	-0.070530311	-0.027577874	0.022795863	0.008379937
30/09/22	265.2500	113.0000	22/09/22	2,625.77	7.05	-0.011097445	-0.015803691	-0.040248925	-0.019663555
			23/09/22	2,624.98	6.97			-0.000300925	-0.011412392
			26/09/22	2,682.00	6.75			0.021489516	-0.03207272
			27/09/22	2,680.00	6.72			-0.00074599	-0.00445435
			28/09/22	2,666.01	6.83			-0.005233818	0.016236519
			29/09/22	2,665.11	6.90			-0.000337604	0.010196738
			30/09/22	2,646.00	6.96			-0.007196307	0.008658063
				Rto. Esperado		-0.002243762	-0.002244739	-0.000596908	-0.003613962
				Desv. Est		0.04100266	0.032215339	0.019382988	0.025686902
				Volatilidad		**0.65475997**	**0.51443772**	**0.30952150**	**0.41018694**
				Volatilidad %		**65.48%**	**51.44%**	**30.95%**	**41.02%**

Nota Creado por el autor con datos de Yahoo Finance, 2022, con información de:

Datos históricos de la emisora AMZ, https://finance.yahoo.com/quote/AMZN/history?p=AMZN,

Datos históricos de la emisora TSLA, https://finance.yahoo.com/quote/TSLA/history?p=TSLA/

Datos históricos de la emisora CX, https://finance.yahoo.com/quote/CX/history?p=CX

Datos históricos de la emisora WALMEX, https://finance.yahoo.com/quote/WALMEX.MX/history?p=WALMEX.MX